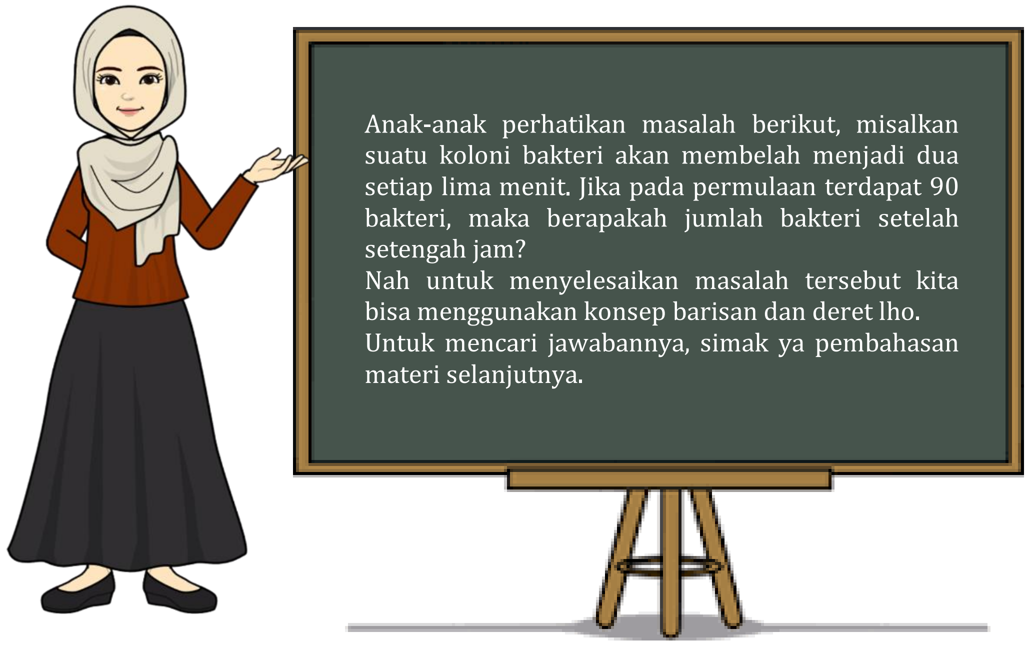
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Pola Bilangan, Barisan dan Deret

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak, setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami tentang Pola Bilangan, Barisan dan Deret
2. Menentukan pola suatu barisan bilangan,
3. Menentukan suku ke n suatu barisan berdasarkan sifat/pola yang dimiliki,
4. Menentukan n suku pertama suatu barisan jika rumus suku ke n barisan itu diketahui,
5. Menentukan suku ke n suatu deret berdasarkan sifat/pola yang dimiliki,
6. Menentukan n suku pertama suatu deret jika rumus suku ke n deret itu diketahui.

B. Uraian Materi



POLA BILANGAN

1. Pengertian Barisan Bilangan

Barisan bilangan adalah urutan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.

Contoh :

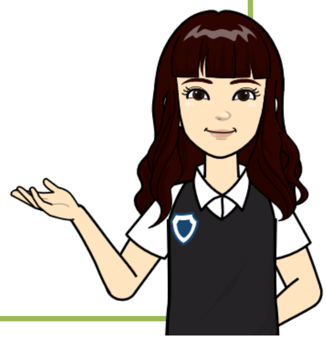
a. 1, 2, 3, 4, 5,….
b. 2, 4, 6, 8, 10,….
c. 14, 11, 8, 5, 2,….
d. 2,– 2, 2, – 2, 2, – 2,….
e. 1, ½, ¼, 1/8, ….
f. 8,4,3,1, – 2, – 5,….
g. 1, 5, 3, 7, 9,….

Pada contoh diatas, bilangan-bilangan pada a,b,c,d,e mempunyai aturan tertentu sehingga disebut sebagai barisan bilangan, sedangkan f dan g tidak mempunyai aturan.
Tiap-tiap bilangan pada barisan bilangan disebut suku (U)
Suku pertama dilambangkan dengan $\mathbf{U_1}$ atau a
Suku kedua dilambangkan dengan $\mathbf{U_2}$
Suku ketiga dilambangkan dengan $\mathbf{U_3}$
Suku ke-n dilambangkan dengan $\mathbf{U_n}$ dengan n ∈A (bilangan Asli)

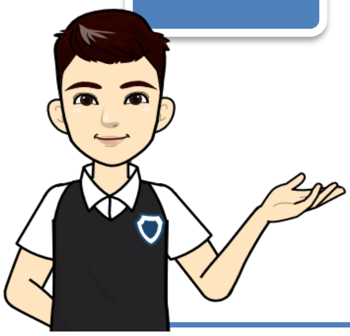
2. Pola bilangan suku ke-n (U_n)

Contoh 1:

Barisan bilangan : 1, 3, 5, 7, ... maka
$U_1 = 1 = (2 \times 1) - 1$
$U_2 = 3 = (2 \times 2) - 1$
$U_3 = 5 = (2 \times 3) - 1$
$U_4 = 7 = (2 \times 4) - 1$
....
$\mathbf{U_n = (2 \times n) - 1} \rightarrow$ $\mathbf{U_n = 2n - 1}$



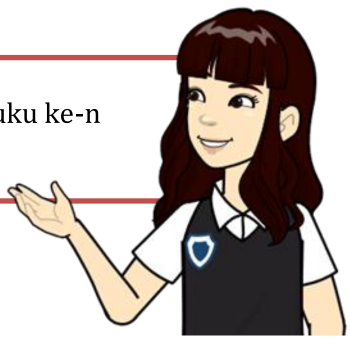
Contoh 2:



Barisan bilangan : 1, 4, 9, 16, ...maka
$U_1 = 1 = (1 \times 1)$
$U_2 = 4 = (2 \times 2)$
$U_3 = 9 = (3 \times 3)$
$U_4 = 16 = (4 \times 4)$
...
$U_n = (n \times n) = \mathbf{n^2} \rightarrow$ $\mathbf{U_n = n^2}$

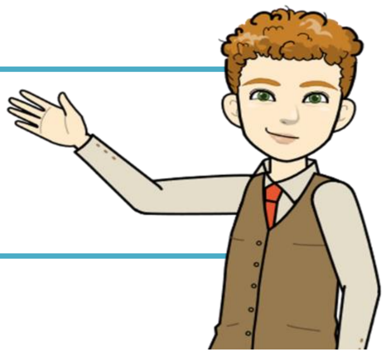
Contoh 3:

Tentukan tiga suku pertama suatu barisan yang rumus suku ke-n nya $U_n = 3n^2 - 2$!



Jawab :
$U_1 = 3(1)^2 - 2 = 3 - 2 = 1$
$U_2 = 3(2)^2 - 2 = 12 - 2 = 10$
$U_3 = 3(3)^2 - 2 = 27 - 2 = 25$
Jadi tiga suku pertama barisan tersebut adalah 1, 10, 25

Contoh 4



Tentukan rumus suku ke-n dari barisan
a) 4, 6, 8, 10, ….
b) 1, 9, 25, 49, ….

Jawab :

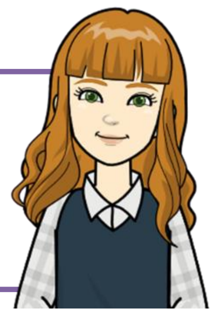
a) 4, 6, 8, 10, ….

$U_1 = 4 = 2 + 2 = (2 \times 1) + 2$
$U_2 = 6 = 4 + 2 = (2 \times 2) + 2$
$U3 = 8 = 6 + 2 = (2 \times 3) + 2$
$U4 = 10 = 8 + 2 = (2 \times 4) + 2$
….
$\mathbf{U_n = (2 \times n) + 2 = 2n + 2} \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{U_n = 2n + 2}}$

b) 1, 9, 25, 49, ….

$U_1 = 1 = 12 = ((2 \times 1) - 1)^2$
$U_2 = 9 = 32 = ((2 \times 2) - 1)^2$
$U_3 = 25 = 52 = ((2 \times 3) - 1)^2$
$U_4 = 16 = 72 = ((2 \times 4) - 1)^2$
….
$\mathbf{U_n = (2n - 1)^2} \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{U_n = (2n - 1)^2}}$

Contoh 5



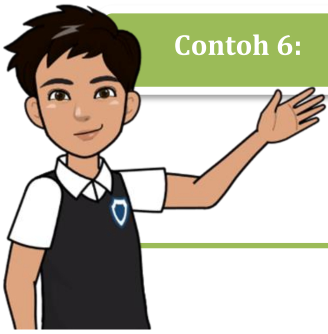
Suatu barisan bilangan dengan rumus $U_n=(\frac{1}{2})^n$
a) Tulis empat buah suku pertamanya
b) Berapa suku ke-5 dan ke-7?

Jawab :

a) $U_n=(\frac{1}{2})^n$

$U_1=(\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2}$
$U_2=(\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})= \frac{1}{4}$
$U_3 =(\frac{1}{2})^3=(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})= \frac{1}{8}$
$U_4 =(\frac{1}{2})^4= (\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})= \frac{1}{16}$
Jadi barisannya adalah $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$….

b) Suku ke-5 adalah $U_5=(\frac{1}{2})^5= (\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})= \frac{1}{32}$
Suku ke-7 adalah $U_7 =(\frac{1}{2})^7= (\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})\,(\frac{1}{2})= \frac{1}{128}$



Contoh 6:

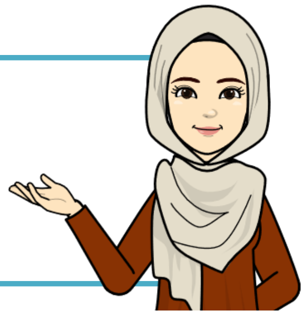
Hitunglah n jika :
a) $U_n = 3^n + 3 = 30$
b) $U_n = n^2 + 1 = 17$

Jawab :

a) $Un = 3^n + 3 = 30$
$\Leftrightarrow \quad 3^n = 30 - 3$
$\Leftrightarrow \quad 3^n = 27$
$\Leftrightarrow \quad 3^n = 3^3$
$\Leftrightarrow \quad n = 3$

b) $U_n = n^2 + 1 = 17$
$\Leftrightarrow \; n^2 = 17 - 1$
$\Leftrightarrow \; n^2 = 16$
$\Leftrightarrow \; n = \pm 4$
Karena $n \in A$ maka yang berlaku adalah $n = 4$

3. Pengertian Deret



Deret adalah jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$. berikut adalah contoh deret.
a) 1+2+3+4+5+....
b) 1+3+5+7+....
c) 2+4+6+8+....

Contoh :
Diketahui suatu deret : 1+3+5+7+....
Tentukan :
a) Jumlah dua suku yang pertama
b) Jumlah lima suku pertama

Jawab :
a) $S_2 = 1+3 = 4$
b) $S_5 = 1+3+5+7+9 = 25$

C. Rangkuman

1. Pengertian Barisan
Barisan bilangan adalah urutan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.

2. Pola bilangan
Pola Bilangan adalah aturan yang dimiliki oleh sebuah deretan bilangan.

3. Pengertian Deret
Deret adalah jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan S_n

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Barisan dan Deret Aritmatika

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 2 ini kalian diharapkan kalian dapat:
1. Memahami barisan aritmatika,
2. Menentukan unsur ke n suatu barisan aritmatika,
3. Memahami deret aritmatika,
4. Menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika.

B. Uraian Materi

1. Barisan Aritmetika

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang selisih antara dua suku yang berurutan sama atau tetap.
Contoh :
a) 3, 8, 13, 18, …. (selisih/beda = 8 – 3 = 13 – 8 = 18 – 13 = 5)
b) 10, 7, 4, 1, …. (selisih/beda = 7 – 10 = 4 – 7 = 1 – 4 = – 3)
c) 2, 4, 6, 8, …. (selisih/beda = 4 – 2 = 6 – 4 = 8 – 6 = 2)
d) 25, 15, 5, –5, …. (selisih/beda = 15 – 25 = 5 – 15 = –5 – 5 = –10)

Selisih dua suku yang berurutan disebut **beda (b)**

Rumus : $b = U_2 - U_1$
$b = U_3 - U_2 \rightarrow$ $b = U_n - U_{n-1}$
$b = U_4 - U_3$
dst

Jika suku pertama = a dan beda = b, maka secara umum barisan Aritmetika tersebut adalah:

U_1	U_2	U_3	U_4		U_n
a,	a + b,	a + 2b,	a + 3b,	………………………….	a + (n-1)b

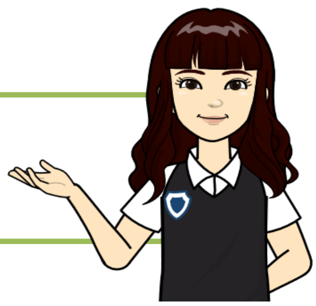
Jadi rumus suku ke-n barisan aritmetika adalah

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dengan : U_n = Suku ke-n
a = Suku pertama
b = beda atau selisih

Contoh 1:

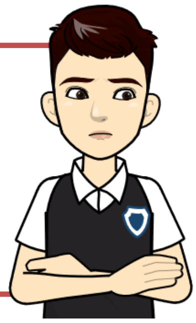
Diketahui barisan Aritmetika : 2, 6, 10, …. Tentukan suku ke-14



Jawab :
a = 2 ,
b = 6 – 2 = 4
n = 14
$U_n = a + (n-1)b$
$U_{14} = 2 + (14-1).\ 4$
$= 2 + 13 .\ 4$
$= 2 + 52$
$= 54$

Subsitusi nilai n, a, dan b

Contoh 2:



Diketahui suatu barisan Aritmetika dengan $U_2 = 7$ dan $U_6 = 19$, tentukan :
a) Beda
b) Suku pertama
c) Suku ke-41

Pembahasan :
a) Beda
$U_6 = a + 5\ b = 19$
$U_2 = a + 1\ b = 7$
$4\ b = 12$
$b = 3$

Eliminasi U_6 dan U_2

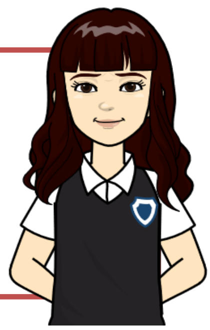
b) Suku pertama
$U_2 = a + 1\ b = 7$
$\Leftrightarrow \quad a + 1\ (3) = 7$
$\Leftrightarrow \quad a + 3 = 7$
$\Leftrightarrow \quad a = 7 - 3$
$\Leftrightarrow \quad a = 4$

Subsitusi nilai b ke U_2

c) Suku ke-41
$U_{41} = a + 40\ b$
$= 4 + 40(3)$
$= 4 + 120$cc
$= 124$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_{41}

Contoh 3:



Diketahui barisan Aritmetika 4, 7, 10, ... Tentukan
a) beda
b) U_{10}
c) Rumus suku ke-n

Pembahasan :
a) Beda (b)
$b = U_2 - U_1$
b = 7 – 4
= 3

b) U_{10}

$U_n = a + (n + 1)b$
$U_{10} = 4 + (10 - 1)\ 3$
$= 4 + 9 . 3$
$= 4 + 27$
$= 31$

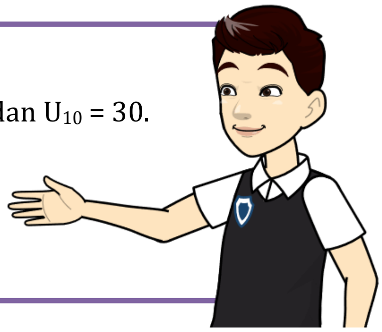
Subsitusi nilai a, b dan n untuk mencari U_{10}

c) Rumus suku ke-n

$U_n = a + (n - 1)b$
$U_n = 4 + (n - 1)3$
$U_n = 4 + 3n - 3$
$U_n = 3n + 1$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari rumus U_n

Contoh 4:



Pada suatu barisan Aritmetika diketahui $U_8 = 24$ dan $U_{10} = 30$.
Tentukan :
a) Beda dan suku pertamanya
b) Suku ke-12
c) 6 suku yang pertama

Pembahasan :

a) $U_{10} = a + 9b = 30$
$U_8 = a + 7b = 24$
$2b = 6$
$b = 3$

Eliminasi U_{10} dan U_8

$U_8 = a + 7b = 24$
$\Leftrightarrow\ a + 7(3) = 24$
$\Leftrightarrow\ a + 21 = 24$
$\Leftrightarrow\ a = 3$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_8

Jadi didapat beda = 3 dan suku pertama = 3

b) $Un = a + (n - 1)b$
$U_{12} = 3 + (12 - 1)3$
$U_{12} = 3 + 11 . 3$
$U_{12} = 36$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_{12}

c) Enam suku yang pertama adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18

Contoh 5:

Pada tahun pertama sebuah butik memproduksi 400 stel jas
Setiap tahun rata-rata produksinya bertambah 25 stel jas
Berapakah banyaknya stel jas yang diproduksi pada tahun ke-5 ?

Pembahasan :
Banyaknya produksi tahun I, II, III, dan seterusnya membentuk barisan aritmetika yaitu 400, 425, 450, ….
a = 400 dan b = 25 sehingga
$U_5 = a + (5 - 1)b$
$= 400 + 4 . 25$
$= 400 + 100$
$= 500$
Jadi banyaknya produksi pada tahun ke-5 adalah 500 stel jas.

2. Deret Aritmetika

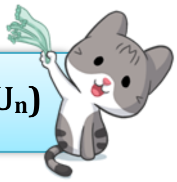
Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika barisan aritmetikanya adalah U_1, U_2, U_3, …., Un maka deret aritmetikanya $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ dan dilambangkan dengan **Sn**

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$
$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \ldots + (Un - 2b) + (Un - b) + U_n$
$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \ldots + (a + 2b) + (a + b) + a$

$$2\,S_n = \underbrace{(a + Un) + (a + Un) + (a + Un) + \ldots + (a + Un) + (a + Un) + (a + Un)}_{\text{n suku}}$$

$2\,S_n = n\,(a + Un)$

$$S_n = \frac{1}{2}n\,(a + U_n)$$

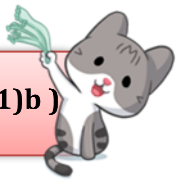


Karena $U_n = a + (n - 1)b$ maka jika disubstitusikan ke rumus menjadi

$S_n = \frac{1}{2}\,n\,(a + a + (n - 1)b\,)$

$S_n = \frac{1}{2}\,n\,(2a + (n - 1)b\,)$

$$S_n = \frac{1}{2}\,n\,(2a + (n - 1)b\,)$$



Keterangan :
S_n = Jumlah n suku pertama deret aritmetika
U_n = Suku ke-n deret aritmetika
a = suku pertama
b = beda
n = banyaknya suku

Untuk menentukan suku ke-n selain menggunakan rumus Un = a + (n – 1)b dapat juga digunakan rumus yang lain yaitu :

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

Contoh 1:

Tentukan jumlah 20 suku pertama deret 3+7+11+…

Pembahasan :

$$\underbrace{3}_{a} + 7 + 11 \ldots$$

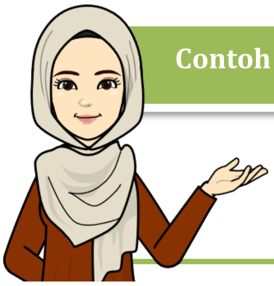
Mencari beda dengan mengurangi suku setelah dengan duku sebelumnya dan dapat dituliskan sebagi berikut

$b = U_n - U_{n-1}$
$b = U_2 - U_1$
$b = 7 - 3$
$b = 4$

Selanjutnya subsitusi $b = 4$ untuk mencari S_{20}

$S_n = \frac{1}{2}n\ (2a + (n-1)b\ )$
$S_n = \frac{1}{2}\ .\ 20\ (2\ .\ 3 + (20-1)4\ )$
$S_n = 10\ (6 + 19\ .\ 4\ )$
$S_n = 10\ (6 + 76)$
$S_n = 10\ (82)$
$S_n = 820$

Jadi, jumlah 20 suku pertama adalah 820



Contoh 2:

Suatu barisan aritmetika dengan suku ke-4 adalah −12 dan suku kedubelas adalah −28. Tentukan jumlah 15 suku pertama !

Pembahasan:

$$\left.\begin{array}{rl} U_{12} = & a + 11\,b = -28 \\ U_4 = & a + 3\,b = -12 \\ \hline & 8\,b = -16 \\ & b = -2 \end{array}\right\}$$

Eliminasi U_{12} dan U_4 untuk mencari b

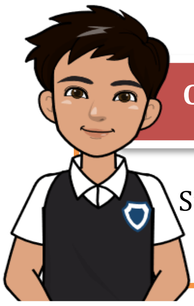
$$\left.\begin{array}{ll} & U_4 = a + 3\,b = -12 \\ \Leftrightarrow & a + (-2) = -12 \\ \Leftrightarrow & a + (-6) = -12 \\ \Leftrightarrow & a = -12 + 6 \\ \Leftrightarrow & a = -\,6 \end{array}\right\}$$

Subsitusi nilai b ke U_4 untuk mencari nilai a

Subsitusi a dan b untuk mencari S_{15}

$S_n = \frac{1}{2}n\ [2a + (n-1)b\ ]$
$S_{15} = \frac{1}{2}\ .\ 15\ [2\ (-6) + (15-1)(-2)]$
$= \frac{1}{2}\ .\ 15\ [\ -12 + 14(-2)]$
$= \frac{1}{2}\ .\ 15\ [\ -12\ -28]$
$= \frac{1}{2}\ .\ 15\ [-40]$
$= -\ 300$

Jadi, jumlah 15 suku pertama adalah -300.



Contoh 3:

Suatu deret aritmetika dengan S_{12} = 150 dan S_{11} = 100, tentukan U_{12} !

Pembahasan:

Karena yang diketahui S_{12} dan S_{11} maka untuk mencari U_n kita bisa gunakan rumus berikut : $U_n = S_n - S_{n-1}$

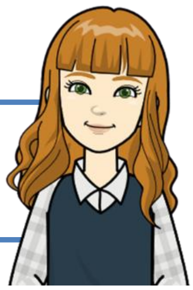
$U_n = S_n - S_{n-1}$

$U_{12} = S_{12} - S_{11}$

$= 150 - 100$

$= 50$

Jadi, nilai dari U_{12} adalah 50



Contoh 4:

Suatu barisan aritmetika dirumuskan $U_n = 6n - 2$ tentukan rumus S_n !

Pembahasan :

Diketahui $U_n = 6n - 2$, untuk mencari $U_1, U_2, U_3, \ldots$ kita dapat mensubsitusi nilai $n = 1, 2, 3, \ldots$ sebagai berikut.

$a = U_1 = 6(1) - 2 = 4$

$U_2 = 6(2) - 2 = 10$

$b = U_2 - U_1 = 10 - 4 = 6$

Subtitusi nilai $a = 4$ dan $b = 6$ untuk mencari rumus S_n

$S_n = \frac{1}{2} n\,[2a + (n-1)b\,]$

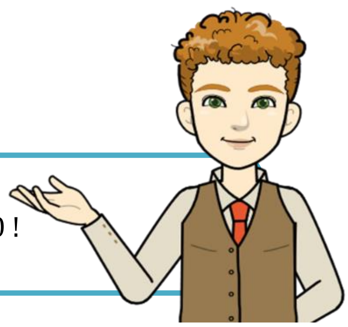
$S_n = \frac{1}{2} n\,[2 \,.\, 4 + (n-1)6\,]$

$S_n = \frac{1}{2} n\,[\,8 + 6n - 6]$

$S_n = \frac{1}{2} n\,[\,6n + 2\,]$

$S_n = 3n^2 + n$

Jadi, rumus S_n adalah $S_n = 3n^2 + n$



Contoh 5:

Tentukan jumlah semua bilangan ganjil antara 10 dan 200 !

Pembahasan:

Jumlah bilangan ganjil antara 10 dan 200 dapat dituliskan dalam deret sebagai berikut

$$11 + 13 + 15 + 17 + \cdots. + 199$$

Deret di atas membentuk deret aritmetika dengan $a = 11, b = 2$ dan $U_n = 199$

Langkah selanjutnya mencari n

$U_n = a + (n-1)b = 199$

$\Leftrightarrow \; 11 + (n-1)2 = 199$

$\Leftrightarrow \; 11 + 2n - 2 = 199$

Subtitusi nilai $a = 11, b = 2$ dan $U_n = 199$ ke rumus U_n

$\Leftrightarrow$ 9 + 2n = 199
$\Leftrightarrow$ 2n = 190
$\Leftrightarrow$ n= 95

Subtitusi nilai $n = 95$ untuk mencari S_n diperoleh

$S_n = \frac{1}{2} n\ (a + Un)$

$Sn = \frac{1}{2} . 95\ (11 + 199)$

$Sn = \frac{1}{2} . 95\ (210)$

$Sn = 9975$

Jadi, jumlah semua bilangan ganjil antara 10 dan 200 adalah 9975

C. Rangkuman

1. Barisan Aritmetika

Barisan Aritmetika adalah barisan bilangan yang selisih antara dua suku yang berurutan sama atau tetap.
Selisih dua suku yang berurutan disebut **beda (b)**

$$\mathbf{b = U_n - U_{n-1}}$$

Jadi rumus suku ke-n barisan aritmetika adalah

$$\mathbf{U_n = a + (n - 1)b}$$

Dengan : U_n = Suku ke-n
a = Suku pertama
b = beda atau selisih

2. Deret Aritmetika

Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika barisan aritmetikanya adalah U_1, U_2, U_3, …., Un maka deret aritmetikanya U_1+ U_2+ U_3+ ….+ U_n dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$

$$\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)}$$

atau

$$\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)}$$

Keterangan : S_n = Jumlah n suku pertama deret aritmetika
U_n = Suku ke-n deret aritmetika
a = suku pertama
b = beda
n = banyaknya suku

Untuk menentukan suku ke-n selain menggunakan rumus $\mathbf{U_n = a + (n - 1)b}$ dapat juga digunakan rumus yang lain yaitu :

$$\mathbf{U_n = S_n - S_{n-1}}$$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
Barisan dan Deret Geometri

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 3 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami barisan geometri,
2. Menentukan unsur ke n suatu barisan geometri,
3. Memahami deret geometri,
4. Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri.

B. Uraian Materi

1. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang hasil bagi dua suku yang berurutan selalu tetap (sama).
Hasil bagi dua suku yang berurutan disebut rasio **(r)**
Contoh :

a) 3, 6, 12, … $\left(r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2\right)$

b) 1000, 100, 10, … $\left(r = \frac{100}{1000} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}\right)$

c) 1, 3, 9, … $\left(r = \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = 3\right)$

d) 1, ½ , ¼ , … $\left(r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\right)$

Jika suku pertama dari barisan geometri U_1 = a dan rasio = r, maka barisan geometri tersebut adalah

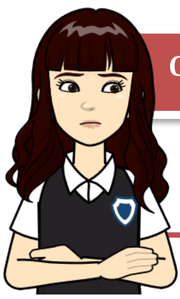
U_1	U_2	U_3	U_4		U_n
a,	a.r,	a.r^2,	a.r^3,	………………………	a.r^{n-1}

a, ar, ar^2 , ar^3 , …. , ar^{n-1} dan $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2}$ …. dst

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} \dots$$ → r = rasio

Rumus suku ke-n barisan geometri adalah

$$U_n = a.r^{n-1}$$ → U_n = Suku ke-n



Contoh 1:

Diketahui barisan geometri 3, 6, 12, …. Tentukan suku ke-10 !

Pembahasan:

Barisan geometri: 3, 6, 12, ...

a = 3, $r = \frac{6}{3} = 2$, dan n = 10

Maka $U_n = a.r^{n-1}$

$U_{10} = 3 \,.\, (2)^{10-1}$

$U_{10} = 3 \,.\, (2)^9$

$U_{10} = 3 \,.\, 512$

$U_{10} = 1536$

Subtitusi a, r, dan n ke rumus U_n untuk mencari U_{10}

Jadi, nilai $U_{10} = 1536$

Contoh 2:

Suatu barisan geometri diketahui U_3 = 144 dan U_7 = 9. Tentukan U_6!

Pembahasan:

Untuk bisa menentukan U_6 maka harus tahu nilai a dan r

1. Nilai r bisa di dapatkan dari:

$$\frac{U_7}{U_3} = \frac{ar^6}{ar^2} = \frac{9}{144}$$

$$\Leftrightarrow \quad r^4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow \quad r^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{1}{2}$$

2. Nilai a bisa didapatkan dari:

U_3=144

ar^2=144

$$a\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 144$$

$$a\left(\frac{1}{4}\right) = 144$$

$$a = 144.4$$

$$a = 576$$

Sehingga $U_6 = ar5$

$U_6 = 576. \left(\frac{1}{2}\right)^5$

$U_6 = 576. \frac{1}{32}$

$U_6 = \frac{576}{32}$

$U_6 = 8$

Jadi, nilai $U_6 = 8$

2. Deret Geometri

Deret geometri adalah jumlah dari semua suku-suku pada barisan geometri.
Jika barisan geometrinya $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$
maka deret geometrinya $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$
dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$.

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$$

$$\begin{array}{rl} S_n = & a + ar + ar^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \\ rS_n = & ar + ar^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \\ \hline \end{array} \; -$$

$S_n - r\,S_n = a - ar^n$
$S_n\,(1 - r) = a(1 - r^n)$ maka :

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}\ untuk\ r < 1 \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\ untuk\ r > 1$$

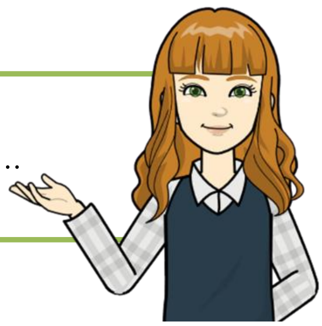
Berdasarkan uraian di atas, diperoleh :

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a\,(1-r^n)}{1-r}\ untuk\ r < 1} \quad \textbf{atau} \quad \boldsymbol{S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\ untuk\ r > 1}$$

Keterangan :
Sn = Jumlah n suku pertama
a = suku pertama r = rasio/pembanding
n = banyaknya suku

Contoh 1:

Tentukan jumlah 10 suku pertama deret $3 + 6 + 12 + \ldots.$



Pembahasan:
$a = 3$
$r = \frac{6}{3} = 2 \quad (r > 1)$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(r^n-1)}{r-1} \\ S_{10} &= \frac{3(2^{10}-1)}{2-1} \\ &= \frac{3(1024-1)}{1} \\ &= 3.(1023) \\ &= 3280 \end{aligned}$$

Subtitusi nilai a dan r ke rumus S_n untuk mencari S_{10}

Contoh 2:

Suatu deret geometri 1 + 3 + 9 + 27 + ... tentukan
a) r dan U_8
b) Jumlah 8 suku yang pertama (S_8)

Pembahasan :

a) $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow$

Mencari perbandingan U_n dengan $U_{(n-1)}$

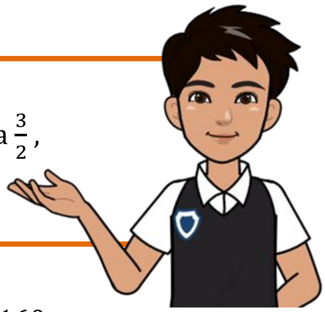
$$\begin{aligned} U_8 &= ar^{n-1} \\ &= 1.3^{8-1} \\ &= 3^7 \\ &= 3280 \end{aligned}$$

Subtitusi nilai a dan r ke rumus U_n untuk mencari U_8

b) $$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(r^n-1)}{r-1} \\ S_8 &= \frac{1(3^8-1)}{3-1} \\ &= \frac{6561-1}{2} \\ &= 3280 \end{aligned}$$

Subtitusi nilai a dan r ke rumus S_n untuk mencari S_8

Contoh 3:



Suku pertama suatu deret geometri adalah 160 dan rasionya $\frac{3}{2}$, tentukan n jika S_n = 2110!

Pembahasan :
Suku pertama suatu deret geometri adalah 160 artinya $a = 160$
r = $\frac{3}{2}$
S_n = 2110

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(r^n-1)}{r-1} \\ \Leftrightarrow 2110 &= \frac{160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right)}{\frac{3}{2}-1} \\ \Leftrightarrow 2110 &= \frac{160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right)}{\frac{1}{2}} \\ \Leftrightarrow 2110 &= 320\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right) \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 &= \frac{2110}{320} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n &= \frac{2110}{320} + 1 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n &= \frac{243}{32} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n &= \frac{3^5}{2^5} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n &= \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ \Leftrightarrow n &= 5 \end{aligned}$$

Subtitusi nilai a, r dan S_n untuk mencari nilai n

Jadi, nilai $n = 5$

Contoh 4:

Produksi sebuah pabrik roti pada bulan pertama adalah 500 buah, jika produksi pada bulan-bulan berikutnya menurun 1/5 dari produksi bulan sebelumnya, tentukan :
a) Jumlah produksi pada bulan ke-5
b) Jumlah produksi selama 5 bulan pertama

Pembahasan:

Pabrik memproduksi roti
Pada bulan pertama = 500
Pada bulan kedua = 500 – (1/5 x 500) = 500 – 100 = 400
Pada bulan ketiga = 400 – (1/5 x 400) = 400 – 80 = 320 dan seterusnya sehingga membentuk barisan geometri 500, 400, 320, … dengan
a = 500
r = $\frac{400}{500} = \frac{4}{5}$

a) Jumlah produksi pada bulan ke-5 = U_5

$$\begin{aligned} U_5 &= a.r^{n-1} \\ &= 500\left(\frac{4}{5}\right)^{5-1} \\ &= 500\left(\frac{4}{5}\right)^{4} \\ &= 500\left(\frac{256}{625}\right) \\ &= 204{,}8 \approx 205 \end{aligned}$$

Jadi jumlah produksi pada bulan ke-5 adalah 205 roti.

b) Jumlah produksi selama 5 bulan pertama adalah S_5

$$\begin{aligned} S_5 &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{500\left(1-\left(\frac{4}{5}\right)^5\right)}{1-\frac{4}{5}} \\ &= \frac{500\left(1-\left(\frac{1024}{3125}\right)\right)}{\frac{1}{5}} \\ &= 500\left(\frac{2101}{3125}\right).5 \\ &= \frac{5252500}{3125} \\ &= 1680{,}8 \approx 1681 \end{aligned}$$

Jadi jumlah produksi selama 5 bulan pertama adalah 1681 roti.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4
Deret Geometri Tak Hingga

A. Tujuan Pembelajaran

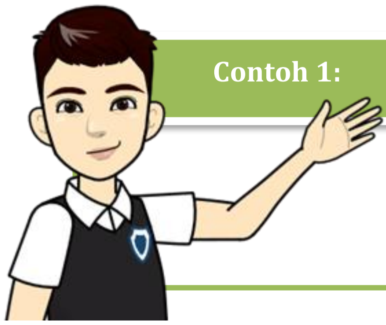
Anak-anak, setelah kegiatan pembelajaran 4 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami Deret Geometri Tak hingga,
2. Memahami penerapan atau aplikasi dari Deret Geometri Tak hingga.

B. Uraian Materi

1. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri takhingga adalah deret geometri dengan banyak suku takberhingga. Deret geometri takhingga dengan rasio |r| >1 tidak dapat dihitung. Sedangkan deret geometri dengan rasio antara −1 dan 1 tetapi bukan 0 dapat dihitung sebab nilai sukunya semakin kecil mendekati nol (0) jika n semakin besar.
Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen dan** dirumuskan sebagai berikut

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$



Contoh 1:

Tentukan S_∞ dari :
a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$
b) 1000 +100+10+1+...

Pembahasan :

a) a=1

$$r = \frac{1}{2}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$= 2$$

Jadi, nilai $S_\infty = 2$

b) a=1000

$$r = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{1000}{1-\frac{1}{10}}$$

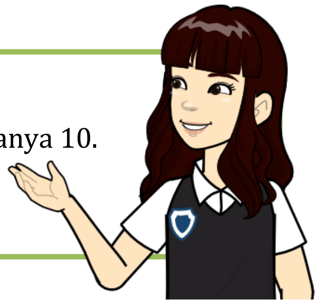
$$= \frac{1000}{\frac{9}{10}}$$

$$= 1000 \times \frac{10}{9}$$

$$= 1111{,}111$$

Jadi, nilai $S_\infty = 1111{,}111$

Contoh 2:



Suatu deret geometri tak hingga jumlahnya 20 dan suku pertamanya 10. Hitunglah jumlah 6 suku pertamanya!

Pembahasan:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$20 = \frac{10}{1-r}$$

$$20.(1-r) = 10$$

$$20 - 20r = 10$$

$$20r = 20 - 10$$

$$20r = 10$$

$$r = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Sehingga:

$$S_6 = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_6 = \frac{10\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{10\left(1-\frac{1}{64}\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = 10\left(\frac{63}{64}\right).2$$

$$S_6 = \frac{315}{16} = 19\frac{11}{16}$$

Jadi, nilai $S_6 = 19\frac{11}{16}$

2. Penerapan Deret Geometri Tak Hingga

Pada modul kali ini kita akan belajar seperti apa sih penerapan deret geometri tak hingga dalam kehidupan sehari-hari. Nah salah satu penerapan deret tak hingga yaitu untuk **menghitung Panjang lintasan bola yang jatu**h.

Selain itu, aplikasi deret tak hingga dapat pula digunakan untuk menghitung **pertumbuhan sebuah bakteri tertentu**. Lebih jelasnya lagi mengenai contoh soal cerita deret geometri tak hingga akan kita bahas setelah kita mencari rumusannya.

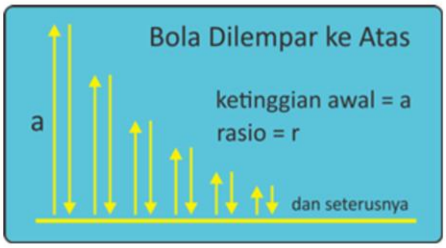
Sebuah bola dilemparkan ke atas ataupun langsung dijatuhkan dari ketinggian tertentu, kemudian bola tersebut menghantam lantai dan memantul kembali ke atas. Kejadian tersebut berlangsung terus menerus hingga akhirnya bola tersebut kembali memantul.

Dapatkah kalian menentukankan formula untuk menghitung Panjang lintasan yang dilalui bola hingga berhenti? Nah inilah yang akan kita pelajari di sini…

Siap…? Yukkk kita mulai…

Bola dilempar ke atas

Ketika sebuah bola dilemparkan ke atas maka terbentuk lintasan-lintasan yang dilalui bola, seperti ilustrasi di bawah ini :



Lintasan yang dilalui oleh bola ada bagian yang naik dan ada bagian yang turun. Panjang Lintasan Naik (PLN) yaitu S_∞ dan Panjang lintasan turun (PLT) yaitu S_∞, sehingga total Panjang lintasan PL sama dengan Panjang lintasan naik ditambah Panjang lintasan turun.

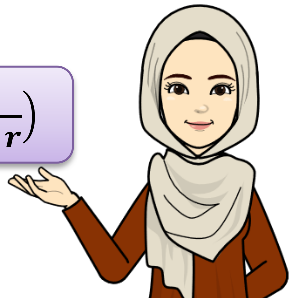
PL=PLN+PLT

PL=S_∞+S_∞

PL=2S_∞

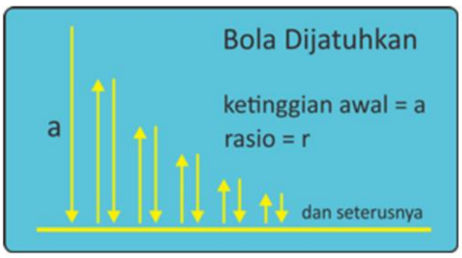
$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$

$$\boldsymbol{PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)}$$



Bola dijatuhkan ke Bawah

Hampir sama kasusnya seperti yang dilemparkan ke atas, yang membedakan adalah lintasan awal yang naik dihilangkan sebab bola langsung dijatuhkan dari atas.

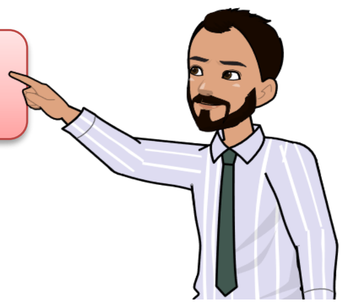


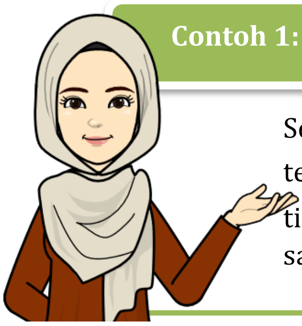
Sehingga formula untuk mencari Panjang lintasannya adalah sebagai berikut:

$$PL = 2S_\infty - a$$

$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a$$

$$\boldsymbol{PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a}$$





Contoh 1:

Sebuah bola dilemparkan ke atas mencapai ketinggian 6m, bola tersebut jatuh dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{1}{2}$ dari tinggi sebelumnya, berapakah Panjang lintasan yang dilalui bola sampai berhenti?

Pembahasan:

Diketahui : a=6 dan $r = \frac{1}{2}$

Bola dilempar ke atas, artinya menggunakan rumus:

$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$
$$PL = 2\left(\frac{6}{1-\frac{1}{2}}\right)$$
$$PL = 2\left(\frac{6}{\frac{1}{2}}\right)$$
$$PL = 2\left(6.\frac{2}{1}\right)$$
$$PL = 2.12$$
$$PL = 24\ m$$

Jadi, Panjang lintasan yang dilalui bola sampai berhenti 24 m

Contoh 2:

Sebuah bola diajtuhkan dari ketinggian 5m, dan memantul Kembali dengan ketinggian $\frac{3}{5}$ dari tinggi sebelumnya, berapakah Panjang lintasan bola sampai berhenti?

Pembahasan:

Diketahui : a=5 dan $r = \frac{3}{5}$

Bola dijatuhkan ke bawah, artinya menggunakan rumus:

$$PL = \frac{2a}{1-r} - a$$
$$PL = \frac{2.5}{1-\frac{3}{5}} - 5$$
$$PL = \frac{10}{\frac{2}{5}} - 5$$
$$PL = \left(10.\frac{5}{2}\right) - 5$$
$$PL = (5.5) - 5$$
$$PL = 25 - 5$$
$$PL = 20\ m$$

Jadi, Panjang lintasan bola sampai berhenti adalah 20 m.

Anak-anak itulah pembahasan tentang aplikasi deret tak hingga dalam kehidupan sehari-hari,semoga aplikasi deret tak hingga ini dapat membuat kamu lebih paham lagi tentang materi deret geometri tak hingga.

C. Rangkuman

1. **Deret Geometri Tak Hingga**
   Deret geometri takhingga adalah deret geometri dengan banyak suku takberhingga. Deret geometri takhingga dengan rasio |r| >1 tidak dapat dihitung. Sedangkan deret geometri dengan rasio antara −1 dan 1 tetapi bukan 0 dapat dihitung sebab nilai sukunya semakin kecil mendekati nol (0) jika n semakin besar.
   Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

   Rumus deret geometri konvergen adalah

   $$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

2. **Penerapan Deret Geometri Tak Hingga**
   Salah satu penerapan deret tak hingga yaitu untuk **menghitung Panjang lintasan bola yang jatu**h.
   Selain itu, aplikasi deret tak hingga dapat pula digunakan untuk menghitung **pertumbuhan sebuah bakteri tertentu**.

   Bola dilempar ke atas

   $$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$

   Bola dijatuhkan ke Bawah

   $$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a$$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 5
Aplikasi/Penerapan Barisan dan deret

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 5 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami Aplikasi Barisan dan Deret
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan atau aplikasi dari Barisan dan Deret

B. Uraian Materi

Anak-anak untuk selanjutnya ini kita akan belajar aplikasi/penerapan Barisan dan Deret. Banyak sekali penerapan materi Barisan dan Deret dalam kehidupan sehari-hari, antara lain:

1. Pertumbuhan

Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

Contoh :
(a) Perkembangbiakan bakteri
(b) Pertumbuhan penduduk

Rumus Pertumbuhan aritmatika :

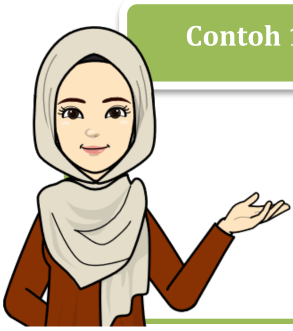
$M_n = M_o\ (1 + in)$ **Atau** $M_n = M_o + bn$

Dimana :
M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu
M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula
i = Persentase pertumbuhan
b = Nilai beda pertumbuhan
n = jangka waktu pertumbuhan

Rumus Pertumbuhan geometri :

$M_n = M_o\ (1 + i)^n$ **Atau** $M_n = M_o\ .\ r^n$

Dimana :
M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu
M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula
i = Persentase pertumbuhan
r = Ratio pertumbuhan (r > 1)
n = jangka waktu pertumbuhan



Contoh 1:

Elsa mulai bekerja pada suatu perusahaan pada awal tahun 2005 dengan gaji permulaan sebesar Rp. 3.000.000. Jika dia mendapatkan kenaikan gaji secara berkala setiap tahunnya sebesar Rp. 200.000 maka berapakah gaji yang diterima Elsa pada awal tahun 2011?

Pembahasan:

Diketahui : M_o = 3.000.000
b = 200.000
n = 6

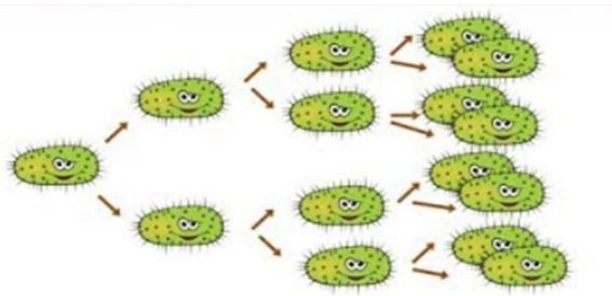
Ditanya : M_n = ... ?

Jawab

Mn = Mo + bn
Mn = 3.000.000 + 200.000(6)
Mn = 3.000.000 + 1.200.000
Mn = Rp. 4.200.000

Contoh 2:

Suatu koloni bakteri akan membelah menjadi dua setiap lima menit. Jika pada permulaan terdapat 90 bakteri, maka tentukanlah jumlah bakteri setelah setengah jam ?



Gambar. Perkembang biakan bakteri
Sumber : https://images.app.goo.gl/U4uzPsSvbamwtcM67amwtcM67

Pembahasan :

Diketahui :
M_o = 90
r = 2
n = 30:5=6

Ditanya : M_n = ... ?

Jawab

Mn = Mo . rn
Mn = 90 x 26
Mn = 90 (64)
Mn = 5760 bakteri

Jadi, jumlah bakteri setelah setengah jam adalah 5760

2. Peluruhan

Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

Contoh :

(a) Penurunan nilai jual mobil

(b) Penurunan jumlah populasi hewan

Rumus Peluruhan aritmatika :

$$M_n = M_o\,(1 - in) \quad \textbf{Atau} \quad M_n = M_o - bn$$

Dimana :

M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu

M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula

i = Persentase peluruhan

b = Nilai beda peluruhan

n = jangka waktu peluruhan

Rumus Peluruhan geometri :

$$M_n = M_o\,(1 - i)^n \quad \textbf{Atau} \quad M_n = M_o \cdot r^n$$

Dimana :

M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu

M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula

i = Persentase peluruhan

r = Ratio peluruhan ($r < 1$)

n = jangka waktu peluruhan

Contoh 1:

Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp.200.000.000. Jika setiap tahun harganya mengalami penyusutan 20% dari nilai tahun sebelumnya, maka tentukanlah harga mobil itu setelah dipakai selama 5 tahun

Gambar. Mobil

Sumber : https://images.app.goo.gl/JWC23ZYa9ahprDZT8

Pembahasan :

Diketahui :
$M_o = 200.000.000$
$i = 20\% = 0,2$
$n = 5$
Ditanya : $M_n = ...$?
Jawab
$M_n = M_o\,(1 - i)^n$
$M_n = 200.000.000\,(1 - 0,2)^5$
$M_n = 200.000.000\,(0,8)^5$
$M_n = 200.000.000(0,32768)$
$M_n = 65.536.000$
Jadi, harga mobil itu setelah dipakai selama 5 tahun adalah Rp 65.536.000

Contoh 2:

Suatu pabrik kendaraan bermotor roda dua mulai memproduksi pertama pada tahun 2010 sebanyak 20.000 unit kendaraan. Tiap tahun produksi pabrik tersebut turun 100 unit. Berapakah jumlah produksi pada tahun 2016?

Gambar. Pabrik kendaraan bermotor
https://images.app.goo.gl/c7dAh1YXnd2bpLNs5

Pembahasan :
$M_o = 20.000$
$b = 100$
$n = 6 \rightarrow \boxed{n = 2016\text{-}2010 = 6}$

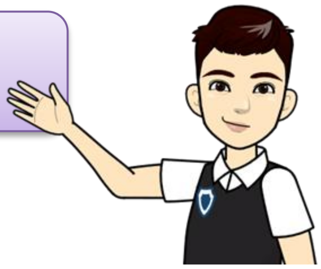
Ditanya : $M_n = ...$?
Jawab:
$M_n = M_o - bn$
$M_n = 20.000 - 100(6)$
$M_n = 20.000 - 600$
$M_n = 19.400$ unit

3. Bunga Majemuk
Salah satu apliksai barisan dan deret pada bidang ekonomi adalah pada perhitungan bunga pada simpanan uang di bank atau koperasi atau lembaga lain sejenisnya. Terdapat dua macam jenis bunga pada simpanan, yaitu :

(1) Bunga Tunggal (Barisan Aritmatika)
Yaitu metode pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan modal pokok pinjaman atau modal awal simpanan saja.

Rumus bunga tunggal:

$$M_n = M_o (1 + in)$$

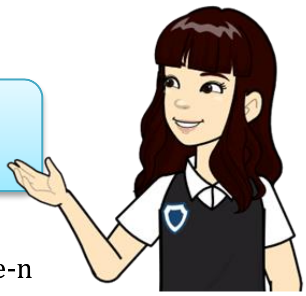


Dimana :
M_n = Nilai modal simpanan periode ke-n
M_o = Nilai modal awal simpanan
i = Persentase bunga simpanan
n = Periode pembungaan

(2) Bunga Majemuk (Barisan geometri)
Yaitu metoda pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan

Rumus bunga majemuk:

$$M_n = M_o (1 + i)^n$$



Dimana :
M_n = Nilai modal simpanan setelah periode ke-n
M_o = Nilai modal awal simpanan
i = Persentase bunga simpanan
n = Periode pembungaan

Contoh 1:

Pak Ahmad memerlukan tambahan modal untuk usahanya berdagang makanan, sehingga ia meminjam uang dikoperasi "Maju Jaya" sebesar Rp. 4.000.000 dengan imbalan jasa berupa bunga sebesar 2% dari pokok pinjaman per bulan. Jika pak Ahmad akan melunasi pinjaman itu beserta bunganya setelah 6 bulan, maka tentukanlah total pengembalian pak Ahmad

Pembahasan :
Diketahui :
M_o = 40.000.000
i = 2% = 0,02
n = 6
Ditanyakan : $M_n = \cdots$?
M_n = Mo (1 + in)
M_6 = 40.000.000(1 + 0,02(6))
M_6 = 40.000.000(1,12)
M_6 = 4.480.000
Jadi total pengembalian pak Ahmad adalah Rp. 4.480.000,-

Contoh 2:

Arman menabung sejumlah uang disebuah bank. Jenis tabungan yang dipilih Arman adalah tabungan dengan sistem bunga tunggal sebesar 3% per caturwulan. Jika setelah 3 tahun tabungan Arman menjadi Rp. 25.400.000 maka tentukanlah besar tabungan awal Arman di bank itu

Gambar. Bank BRI
Sumber : https://images.app.goo.gl/f7P4k6YvD5AC9Ktz5

Pembahasan :

Diketahui : $M_n = 25.400.000$

$i = 3\%$

$\quad = 0{,}03$

$n = \dfrac{3 \text{ tahun}}{4 \text{ bulan}}$

$\quad = \dfrac{36 \text{ bulan}}{4 \text{ bulan}}$

$\quad = 9$

Menentukan M_0 dengan mensubtitusi nilai M_n, i, dan n diperoleh

$25.400.000 = M_o\big(1 + 0{,}03(9)\big)$

$25.400.000 = M_o(1 + 0{,}27)$

$25.400.000 = M_o(1{,}27)$

$M_o = \dfrac{25.400.000}{1{,}27}$

$M_o = 20.000.000$

Jadi, besar tabungan awal Arman adalah Rp 20.000.000

Contoh 3:

Santi menyimpan uangnya di sebuah bank sebesar Rp. 2.000.000. Setelah tiga tahun uang tabungan Santi menjadi Rp. 2.662.000. Jika bank tersebut menerapkan sistem bunga majemuk , berapa persenkah per-tahun bunga bank tersebut ?

Pembahasan :

Diketahui :

M_o = 2.000.000

M_n = 2.662.000

n = 3

Ditanya : i = ... ?

Jawab:

$$M_n = M_o(1+i)^n$$
$$2.662.000 = 2.000.000(1+i)^3$$
$$\frac{2.662.000}{2.000.000} = (1+i)^3$$
$$1{,}331 = (1+i)^3$$
$$1{,}1^3 = (1+i)^3$$
$$1+i = 1{,}1$$
$$i = 1{,}1 - 1$$
$$i = 0{,}1$$

Jadi, persentase bunga bank adalah 10%

4. Anuitas

Anuitas bukan hal yang baru dalam kehidupan ekonomi semisal pembayaran sewa rumah, atau angsuran kredit (motor, rumah, bank, dll) atau pun uang tabungan kita di bank yang setiap bulan mendapatkan bunga, semuanya contoh konkret dari anuitas.

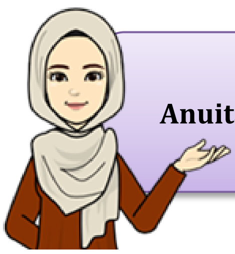
Ada dua macam anuitas, yaitu:

a. **Anuitas pasti** yaitu anuitas yang tanggal pembayarannya mulai dan terakhirnya pasti.
   Contoh: KPR, kredit bank, kredit mobil, dll.
b. **Anuitas tidak pasti**, yaitu anuitas yang jangka pembayarannya tidak pasti.
   Contohnya pembayaran santunan asuransi kecelakaan.

Anuitas adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit. Jika suatu pinjaman akan dikembalikan secara anuitas, maka ada tiga komponen yang menjadi dasar perhitungan yaitu:

a. Besar pinjaman
b. Besar bunga
c. Jangka waktu dan jumlah periode pembayaran

Anuitas yang diberikan secara tetap pada setiap akhir periode mempunyai dua fungsi yaitu membayar bunga atas hutang dan mengangsur hutang itu sendiri. Sehingga konsepnya :



Anuitas = Bunga atas hutang + Angsuran hutang

Jika utang sebesar $\boldsymbol{M_0}$ mendapat bunga sebesar **b** per bulan dan anuitas sebesar **A**, maka dapat ditentukan :

- **Besar bunga pada akhir periode ke-n**

$$\boldsymbol{B_n = (1+b)^{n-1}(b.M - A) + A}$$

- **Besar angsuran pada akhir periode ke-n**

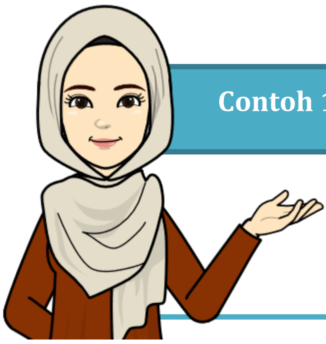
$$\boldsymbol{A_n = (1+b)^{n-1}(A - bM)}$$

- **Sisa hutang pada akhir periode ke-n**

$$\boldsymbol{M_n = (1+b)^{n}\left(M - \frac{A}{b}\right) + \frac{A}{b}}$$

Besar anuitas untuk membayar hutang sebesar M_0 dengan bunga sebesar b perbulan selama n bulan adalah :

$$\boldsymbol{A = \frac{b.M_0(1+b)^n}{(1+b)^n - 1}}$$



Contoh 1:

Sebuah pinjaman sebesar Rp20.000.000,00 akan dilunasi secara anuitas tahunan sebesar Rp 4.000.000,00. Jika suku bunga 5% per tahun, besar angsuran, bunga, dan sisa hutang tahun ketiga adalah?

Pembahasan :

M = 20.000.000

A = 4.000.000

b = 5 %

n = 3

- **Angsuran**

$$
\begin{aligned}
A_n &= (1+b)^{n-1}(A - bM)\\
A_n &= (1+0{,}05)^{3-1}(400.0000 - (0{,}05)20.000.000)\\
A_n &= (1{,}05)^2(4.000.000 - 1.000.000)\\
A_n &= (1{,}1025)(3.000.000)\\
A_n &= 3.307.500{,}00
\end{aligned}
$$

- **Bunga**

$$
\begin{aligned}
B_n &= (1+b)^n(b.M - A) + A\\
B_n &= (1+0{,}05)^{3-1}(0{,}05 \times 20.000.000 - 4.000.000) + 4.000.000\\
B_n &= (1{,}5)^2(-3.000.000) + 4.000.000\\
B_n &= -3.307.500 + 4.000.000\\
B_n &= 692.500{,}00
\end{aligned}
$$

- **Sisa hutang**

$$
\begin{aligned}
M_n &= (1+b)^n\left(M - \frac{A}{b}\right) + \frac{A}{b}\\
M_n &= (1+0{,}05)^3\left(20.000.000 - \frac{4.000.000}{0{,}05}\right) + \frac{4.000.000}{0{,}05}\\
M_n &= (1{,}157625)(-60.000.000) + 80.000.000\\
M_n &= 10.542.500{,}00
\end{aligned}
$$

C. Rangkuman

Aplikasi atau penerapan materi Barisan dan Deret dalam kehidupan sehari-hari.

1. **Pertumbuhan**
   Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**
   Contoh :
   (a) Perkembangbiakan bakteri
   (b) Pertumbuhan penduduk

2. **Peluruhan**
   Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**
   Contoh :
   (a) Penurunan nilai jual mobil
   (b) Penurunan jumlah populasi hewan

3. **Bunga Majemuk**
   Salah satu apliksai barisan dan deret pada bidang ekonomi adalah pada perhitungan bunga pada simpanan uang di bank atau koperasi atau lembaga lain sejenisnya. Terdapat dua macam jenis bunga pada simpanan, yaitu :
   (1) Bunga Tunggal (Barisan Aritmatika)
   Yaitu metode pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan modal pokok pinjaman atau modal awal simpanan saja.
   (2) Bunga Majemuk (Barisan geometri)
   Yaitu metoda pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan

4. **Anuitas**
   Anuitas adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit.
   Ada dua macam anuitas, yaitu:
   1. **Anuitas pasti** yaitu anuitas yang tanggal pembayarannya mulai dan terakhirnya pasti.
      Contoh: KPR, kredit bank, kredit mobil, dll.
   2. **Anuitas tidak pasti**, yaitu anuitas yang jangka pembayarannya tidak pasti.
      Contohnya pembayaran santunan asuransi kecelakaan.

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Jumlah penduduk suatu kota bertambah menurut pola geometri sebesar 0,1% per bulan. Berarti jika jumlah penduduk kota itu semula 3 juta orang maka pada akhir bulan ke-3 jumlahnya telah menjadi sekitar … orang

2. Suatu jenis hewan langka setiap tahun mengalami penurunan jumlah populasi sebanyak 1/3 dari jumlah populasi tahun sebelumnya. Jika pada tahun 2015 diperkirakan jumlah populasi hewan tersebut disuatu pulau sebanyak 720 ekor, maka berapakah perkiraan jumlah hewan itu pada tahun 2019 ?

3. Dengan pesatnya pembangunan pemukiman, maka daerah pesawahan semakin lama semakin sempit. Menurut data statistik, pada tahun 2003 total areal sawah di daerah itu sekitar 400 ha dan setiap tahun berkurang 5% dari total areal sawah semula . Berapakah diperkirakan areal sawah pada tahun 2015?

4. Pak Budi menabung sebesar Rp. 8.000.000 di suatu bank. Jika bank memberlakukan sistem bunga tunggal sebesar 3% setiap triwulan, maka setelah berapa lamakah uang tabungan pak Budi menjadi Rp. 10.400.000

5. Pak Mulyo adalah seorang pengusaha batik. Ia menyimpan uangnya sebesar Rp. 100.000.000 di sebuah bank. Bank tersebut memberikan bunga tabungan dengan sistem bunga majemuk sebesar 12% per bulan. Berapakah besarnya tabungan pak Mulyo setelah 5 bulan ?

6. Sebuah pinjaman sebesar Rp 850.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 4% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah?