

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

KONSEP DAN JENIS MATRIKS

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan:

1. Menuliskan permasalahan nyata dalam bentuk matriks;
2. Menjelaskan konsep matriks;
3. Menyebutkan jenis-jenis matriks dengan cermat.

B. Uraian Materi

1. Konsep Matriks

Coba kalian perhatikan susunan benda-benda di sekitar kamu! Sebagai contoh, susunan buku di meja, susunan buku di lemari, posisi siswa berbaris di lapangan, susunan keramik lantai, dan lain-lain.



Gambar 3.1. Susunan keramik/ubin di lantai

Tentu kalian dapat melihat susunan tersebut dapat berupa pola baris atau kolom, bukan? Bentuk susunan berupa baris dan kolom akan melahirkan konsep matriks yang akan kita pelajari.

Sebagai contoh lainnya adalah susunan angka dalam bentuk tabel. Pada tabel terdapat baris atau kolom, banyak baris atau kolom bergantung pada ukuran tabel tersebut. Ini sudah merupakan gambaran dari sebuah matriks.

Agar kita dapat segera menemukan konsepnya, perhatikan beberapa gambaran dan permasalahan berikut.

Sebagai gambaran awal mengenai matriks, sekarang kalian cermati uraian berikut. Diketahui harga tiket masuk suatu museum dapat dinyatakan sebagai tabel berikut:

Tabel Harga Karcis

Golongan	Hari Minggu/Libur (Rp.)	Hari Biasa (Rp.)
Anak - anak	5.000	3.000
Dewasa	15.000	10.000

Data tersebut, dapat disajikan kembali tanpa harus di dalam tabel, dengan cara menghilangkan kepala baris dan kepala kolom seperti berikut ini:

$$\begin{array}{c} \text{kolom} \\ \downarrow \\ \text{baris} \rightarrow \begin{bmatrix} 5.000 & 3.000 \\ 15.000 & 10.000 \end{bmatrix} \text{ atau } \begin{bmatrix} 5.000 & 3.000 \\ 15.000 & 10.000 \end{bmatrix} \end{array}$$

Bentuk penulisan tersebut, menunjukkan terdapat 2 baris dan 2 kolom.

Berdasarkan permasalahan nyata di atas, maka dapat kita simpulkan bahwa:

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku. Matriks diberi nama dengan menggunakan huruf kapital, seperti A, B, dan C.

Bentuk umum Matriks

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

→ baris ke-1
 → baris ke-2
 → baris ke-3
 → baris ke-m

↓ kolom ke-1
 ↓ kolom ke-2
 ↓ kolom ke-3
 ↓ kolom ke-n

Pada bentuk matriks tersebut, terlihat hal-hal sebagai berikut.

1. Banyaknya baris dan kolom matriks A berturut-turut adalah m dan n buah.
2. $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{mn}$ = disebut dengan elemen-elemen matriks A, a_{mn} = elemen A pada baris ke-m, kolom ke-n.

Matriks dalam matematika adalah berkas bilangan, logo atau potongan yang berbentuk empat persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang ditemukan pada suatu matriks dikenal dengan keadaan atau dikenal dengan juga bagian dari suatu matriks

Matriks besar biasanya dimanfaatkan di dalam menyelesaikan bermacam-macam permasalahan matematika, misalnya: untuk menemukan pemecahan masalah pertemuan (pendapat) linear, transformasi linear yaitu bentuk sudah tidak asing lagi tranpose matriks dari fungsi linear

Ordo atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.

Secara umum berlaku:

Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom maka matriks A berordo $m \times n$ atau ordo matriks A adalah $m \times n$, ditulis:

$A_{m \times n}$ (dibaca: "A m kali n").

Contoh:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 2×2 , yang menunjukkan banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dan ditulis $A_{2 \times 2}$
2. $B = (-1 \ 0 \ 2)$ disebut Matriks berordo 1×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 1 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $B_{1 \times 3}$
3. $C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 5 & 5 & 10 \\ -6 & 7 & -2 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 3×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 3 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $C_{3 \times 3}$

2. Jenis-jenis Matriks

- 1) **Matriks Baris**, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris saja dan banyaknya kolom n, mempunyai ordo $1 \times n$

Contoh : $P_{1 \times 3} = (1 \ 2 \ 3)$

- 2) **Matriks Kolom**, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja dan banyaknya baris m, mempunyai ordo $m \times 1$

Contoh : $Q_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

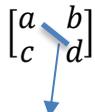
- 3) **Matriks Persegi Panjang**, yaitu matriks yang banyaknya baris tidak sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo $m \times n$

Contoh : $R_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & -3 \end{bmatrix}$ atau $R_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 7 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

- 4) **Matriks Persegi atau Matriks Bujur sangkar**, yaitu matriks yang mempunyai banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo $n \times n$

Contoh : $S_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 8 \\ -5 & 9 & 4 \end{bmatrix}$ atau $S_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow$ matriks persegi berordo 2×2

 Diagonal Utama

- 5) **Matriks Diagonal**, yaitu matriks persegi berordo $n \times n$, dengan semua elemen di luar diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow$ Diagonal Utama

- 6) Matriks Segitiga Atas, yaitu matriks persegi $n \times n$, dan semua elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 7) Matriks Segitiga Bawah, yaitu matriks persegi $n \times n$, dan semua elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- 8) Matriks identitas (matriks satuan), yaitu matriks diagonal dengan ordo $n \times n$, dan semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu, dinotasikan dengan huruf "I"

Contoh :

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elemen diagonal utamanya bernilai 1

- 9) Matriks Nol, yaitu matriks berordo $m \times n$ dengan semua elemennya bernilai nol

$$\text{Contoh : } A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C. Rangkuman

Setelah selesai membahas dan mempelajari uraian materi di atas, beberapa hal penting yang dapat disimpulkan dalam rangkuman ini adalah sebagai berikut:

1. Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku. Matriks diberi nama dengan menggunakan huruf kapital, seperti A, B, dan C.
2. Ordo atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.
3. Jenis-jenis Matriks meliputi matriks baris, matriks kolom, matriks persegi panjang, matriks persegi (matriks bujur sangkar), matriks diagonal, matriks segi tiga bawah, matriks segi tiga atas, matriks identitas, dan matriks nol.

D. Penugasan Mandiri

Untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang matriks, kalian diberikan tugas mandiri sebagai berikut:

Carilah 3 permasalahan nyata dalam sehari-hari kalian, kemudian buatlah:

1. Bentuk matriks nya
2. Ordo atau ukuran matriks

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 KESAMAAN DUA MATRIKS DAN TRANSPOSE MATRIK

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan kalian mampu:

1. Menjelaskan transspose matriks, kesamaan dua matriks
2. Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan matriks.

B. Uraian Materi

1. Transpose Matriks (Matriks Transpose)

Transpose dari suatu matriks A berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks baru yang berordo $n \times m$ yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen baris menjadi elemen-elemen kolom dan sebaliknya.

Transpose suatu matriks dinotasikan dengan A^t

Agar lebih jelasnya, perhatikan gambar di bawah ini:

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \quad \text{Transpose matriks A dinotasikan dengan} \quad A_{2 \times 3}^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$$

Contoh :

1. Jika Matriks $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ maka matriks transposenya adalah $A_{3 \times 2}^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

2. Jika Matriks $B_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ maka matriks transposenya adalah $B_{2 \times 2}^t = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$

3. Jika Matriks $C_{1 \times 3} = [3 \quad 0 \quad -2]$ maka matriks transposenya adalah $C_{3 \times 1}^t = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

2. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A dan matriks B dikatakan sama, jika dan hanya jika:

- a. ordo matriks A **sama** dengan ordo matriks B;
- b. semua elemen yang **seletak** pada matriks A dan matriks B nilainya sama.

Perhatikan untuk matriks berikut ini.

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 3 & 4 + 1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2m & 7 \\ 8 & 3n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$

3 seletak dengan $\sqrt{9}$
 4 + 1 seletak dengan 5
 9 seletak dengan 3^2

$$\begin{aligned} \text{maka } 2m &= 6 & 3n &= -6 \\ m &= 3 & n &= -2 \end{aligned}$$

Contoh soal

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4a & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3b \\ 5 & 3c & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3a \\ 5 & b & 9 \end{bmatrix}$

Jika $A = B$, maka $a + b + c = \dots$

Jawaban:

$$\begin{aligned} 4a &= 12 & -3b &= -3a & 3c &= b \\ a &= 3 & -3b &= -3(3) & 3c &= 3 \\ & & -3b &= -9 & c &= 1 \\ & & b &= 3 & & \end{aligned}$$

maka nilai $a + b + c = 3 + 3 + 1 = 7$

2. Diketahui persamaan matriks $A = B^T$ (B^T adalah transpose matriks B), dengan

$$A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 2 \\ a & b + 7 \end{bmatrix} \text{ Nilai } a + b + c = \dots$$

Jawaban:

$$\text{Matriks } B = \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 2 \\ a & b + 7 \end{bmatrix} \text{ maka } B^T = \begin{bmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 2 & b + 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Karena } A = 2B^T \text{ maka } \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 2 & b + 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 4 &= a & 2b &= 2a + 2 & 3c &= b + 7 \\ a &= 2c - 3b & 2b &= 2(4) + 2 & 3c &= 5 + 7 \\ 4 &= 2c - 3b & 2b &= 8 + 2 & 3c &= 12 \\ & & 2b &= 10 & c &= 4 \\ & & b &= 5 & & \end{aligned}$$

Maka nilai $a + b + c = 4 + 5 + 4 = 13$

C. Rangkuman

- Transpose Matriks (Matriks Transpose)** : Transpose dari suatu matriks A berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks baru yang berordo $n \times m$ yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen baris menjadi elemen-elemen kolom dan sebaliknya, dan dinotasikan dengan A^t .
- Kesamaan Dua Matriks** : Matriks A dan matriks B dikatakan sama, jika dan hanya jika:
 - ordo matriks A sama dengan ordo matriks B;
 - semua elemen yang seletak pada matriks A dan matriks B nilainya sama.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 OPERASI PADA MATRIKS

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini kalian diharapkan mampu:

1. Menentukan operasi penjumlahan dan pengurangan dua matrik atau lebih, dan perkalian suatu bilangan real dengan matriks;
2. Menyelesaikan perkalian dua matriks
3. Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan matriks.

B. Uraian Materi

1. Operasi pada Matriks

a. Penjumlahan Matriks

Toko kue berkonsep waralaba ingin mengembangkan usaha didua kota yang berbeda. Manajer produksi ingin mendapatkan data biaya yang akan diperlukan. Biaya untuk masing-masing kue seperti pada tabel berikut.

Tabel Biaya Toko di Kota A (dalam Rupiah)

	<i>Brownies</i>	<i>Bika Ambon</i>
Bahan kue	1.000.000	1.200.000
Juru masak/ <i>Chef</i>	2.000.000	3.000.000

Tabel Biaya Toko di Kota B (dalam Rp)

	<i>Brownies</i>	<i>Bika Ambon</i>
Bahan kue	1.500.000	1.700.000
Juru masak/ <i>Chef</i>	3.000.000	3.500.000

Berapa total biaya yang diperlukan oleh kedua toko kue?

Alternative penyelesaian

Jika kita misalkan matriks biaya di Kota A, sebagai matriks A dan matriks biaya di Kota B sebagai matriks B , maka matriks biaya kedua toko disajikan sebagaiberikut.

$$A = \begin{bmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{bmatrix}$$

Total biaya yang dikeluarkan oleh kedua Toko tersebut dapat diperoleh sebagai berikut:

- a. Total biaya bahan untuk brownies = $1.000.000 + 1.500.000 = 2.700.000$
- b. Total biaya bahan untuk bika Ambon = $1.200.000 + 1.700.000 = 2.900.000$
- c. Total biaya chef untuk brownies = $2.000.000 + 3.000.000 = 5.000.000$
- d. Total biaya chef untuk bika Ambon = $3.000.000 + 3.500.000 = 6.500.000$

Keempat total biaya tersebut dinyatakan dalam matriks adalah sebagai berikut :
Total Biaya Untuk Kedua Toko (dalam Rupiah)

	Brownies	Bika Ambon
Bahan	2.500.000	2.900.000
Chef	5.000.000	6.500.000

Total biaya pada tabel di atas dapat ditentukan dengan menjumlahkan matriks A dan B

$$\begin{aligned}
 A + B &= \begin{bmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1.000.000 + 1.500.000 & 1.200.000 + 1.700.000 \\ 2.000.000 + 3.000.000 & 3.000.000 + 3.500.000 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2.500.000 & 2.900.000 \\ 5.000.000 & 6.500.000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Penjumlahan kedua matriks biaya di atas dapat dioperasikan diakibatkan kedua matriks biaya memiliki ordo yang sama, yaitu 2×2 . Seandainya ordo kedua matriks biaya tersebut berbeda, kita tidak dapat melakukan operasi penjumlahan terhadap kedua matriks.

Apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, penjumlahan dua matriks itu adalah **penjumlahan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu.

Contoh :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

maka $A + B = \begin{bmatrix} 2 + 3 & 3 + (-1) \\ 6 + 4 & 0 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$

b. Pengurangan Matriks

Pengurangan dua matriks secara prinsip sama dengan penjumlahan antara dua matriks, apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, pengurangan dua matriks itu adalah **pengurangan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu. Atau penjumlahan dua matriks dengan lawannya.

Contoh :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

maka $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 5 & 3 - (-1) \\ 6 - 4 & 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

atau $A - B = A + (-B) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 5 & 3 - (-1) \\ 6 - 4 & 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

c. Perkalian Skalar Matriks

Perkalian bilangan real (skalar) k dengan matriks A ditulis kA adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan mengalikan setiap elemen matriks A dengan k

Jika $A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$

$$\text{maka } kA_{m \times n} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} & \dots & ka_{2n} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} & \dots & ka_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & ka_{m3} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

Jika matriks A dan B berordo sama, dan $k, m \in \mathbb{R}$ (bilangan Real), maka berlaku sifat-sifat:

1. $kA = Ak$
2. $(k + m)A = kA + mA$
3. $k(A + B) = kA + kB$
4. $k(mA) = (km)A$

Contoh :

1. Jika $P = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ tentukanlah:
 - a. $2P$
 - b. $-4P$

Jawaban:

$$\begin{aligned} \text{a. } 2P &= 2 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(5) & 2(-1) \\ 2(4) & 2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \\ \text{b. } -4P &= -4 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4(5) & -4(-1) \\ -4(4) & -4(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 & 4 \\ -16 & -8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ tentukanlah:
 - a. $3A$
 - b. $4A + B$

Jawaban:

$$\begin{aligned} \text{a. } 3A &= 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(4) & 3(0) \\ 3(1) & 3(-5) \\ 3(-2) & 3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 3 & -15 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \\ \text{b. } 4A + B &= 4 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(4) & 4(0) \\ 4(1) & 4(-5) \\ 4(-2) & 4(3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 4 & -20 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -6 \\ 7 & -12 \\ -6 & 19 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

d. Perkalian Dua Matriks

Perhatikan ilustrasi masalah sebagai berikut:

Suatu perusahaan yang bergerak pada bidang jasa akan membuka tiga cabang besar dipulau Sumatera, yaitu cabang pertama di kota Palembang, cabang kedua di kota Padang, dan cabang ketiga di kota Pekanbaru.

Untuk itu, diperlukan beberapa peralatan untuk membantu kelancaran usaha jasa tersebut, yaitu *handphone*, komputer, dan sepeda motor. Di sisi lain, pihak perusahaan mempertimbangkan harga per satuan peralatan tersebut.

Rincian data tersebut disajikan dapat disajikan sebagai berikut:

	Handphone (unit)	Komputer (unit)	Sepeda Motor (unit)
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Perusahaan ingin mengetahui total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang.
Jawaban:

Kita akan menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan konsep matriks.

Harga <i>Handphone</i> (juta)	2
Harga Komputer (juta)	5
Harga Sepeda Motor (juta)	15

Kita misalkan matriks $A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ yang merepresentasikan jumlah unit setiap

perusahaan yang dibutuhkan di setiap cabang, dan matriks $B_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$ yang merepresentasikan harga per unit setiap peralatan.

Untuk menentukan total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang, kita peroleh sebagai berikut.

a. Cabang pertama

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (7 \text{ unit } \textit{handphone} \times 2 \text{ juta}) + (8 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (3 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}). \\ &= \text{Rp } 99.000.000,00 \end{aligned}$$

b. Cabang kedua

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (5 \text{ unit } \textit{handphone} \times 2 \text{ juta}) + (6 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (2 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}) \\ &= \text{Rp } 70.000.000,00 \end{aligned}$$

c. Cabang ketiga

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (4 \text{ unit } \textit{handphone} \times 2 \text{ juta}) + (5 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (2 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}) \\ &= \text{Rp } 63.000.000,00 \end{aligned}$$

Jadi total biaya pengadaan peralatan di setiap unit dinyatakan dalam matriks berikut.

$$C_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} \text{Rp } 99.000.000,00 \\ \text{Rp } 70.000.000,00 \\ \text{Rp } 63.000.000,00 \end{bmatrix}$$

Jadi, dapat disimpulkan operasi perkalian terhadap dua matriks dapat dilakukan jika banyak baris pada matriks A sama dengan banyak kolom pada matriks B. Banyak perkalian akan berhenti jika setiap elemen baris ke- n pada matriks A sudah dikalikan dengan setiap elemen kolom ke- n pada matriks B.

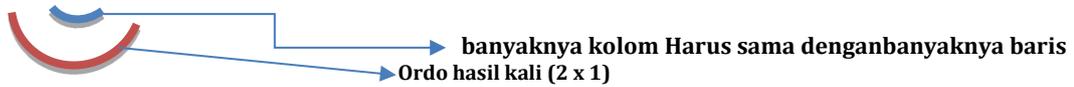
Sehingga jika kita misalkan Matriks $A_{m \times n}$ dan Matriks $B_{n \times p}$, matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika **banyaknya kolom pada matrik A sama dengan banyaknya baris** pada matriks B.

Hasil perkalian dua matriks $A \times B$ adalah sebuah matrik baru yang elemen-elemennya diperoleh dari penjumlahan hasil perkalian antara elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$

Maka secara umum berlaku

$A_{2 \times 2} \times B_{2 \times 1} = C_{2 \times 1} \rightarrow$ matriks hasil kali



Sehingga

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{bmatrix}$$

Contoh 1:

Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ tentukalah AB!

Penyelesaian:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(2) + 5(1) & 4(3) + 5(0) & 4(4) + 5(2) \\ 2(2) + 1(1) & 2(3) + 1(0) & 2(4) + 1(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 + 5 & 12 + 0 & 16 + 10 \\ 4 + 1 & 6 + 0 & 8 + 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 12 & 26 \\ 5 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

C. Rangkuman

1. Penjumlahan matriks

Jika $A + B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk elemen C pada baris ke- i dan kolom ke- j . Penjumlahan sebarang matriks dengan matriks identitas penjumlahan hasilnya matriks itu sendiri. Matriks identitas penjumlahan adalah matriks nol.

2. Pengurangan matriks.

Jika $A - B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ atau pengurangan dua matriks dapat dipandang sebagai penjumlahan matriks lawannya, yaitu $A + (-B)$