# KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
# FUNGSI KOMPOSISI

## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik dapat:
1. Menjelaskan operasi komposisi fungsi
2. Mengidentifikasi sifat-sifat operasi komposisi pada fungsi
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi komposisi

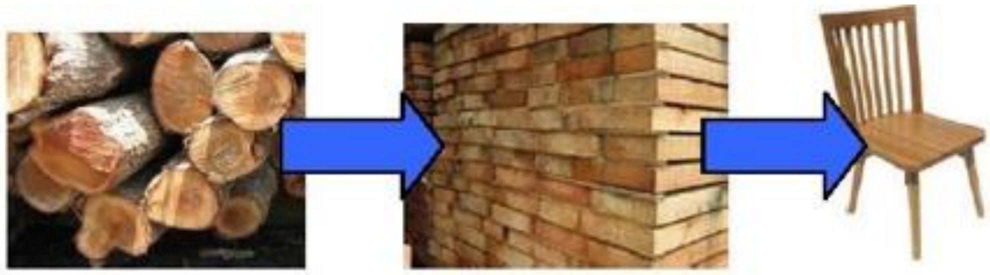
## B. Uraian Materi

Setelah Kalian mempelajari konsep Relasi dan Fungsi pada modul sebelumnya, pembahasan akan kita kembangkan dengan mempelajari Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers. Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali materi-materi tentang konsep komposisi dan invers kemudian operasi-operasi pada fungsi komposisi dan invers beserta sifat-sifatnya.

Komposisi atau operasi fungsi secara umum dilakukan untuk menghasilkan nilai tertentu setelah melalui tahapan/prosedur operasi tertentu. Hal ini banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalkan tata cara mandi tahapan adalah melepas baju baru dilanjutkan dengan mandi, jika dibalik akan berbeda hasilnya. Begitu juga dengan benda-benda di sekitar kita banyak yang pembuatannya tidak sekaligus jadi tetapi pengerjaannya bisa melalui beberapa tahap. Misalnya meja dan kursi pada gambar berikut agar siap dipakai dapat dikerjakan melalui beberapa tahap yaitu tahap pengerjaan pembuatan dan tahap *finishing*.

Gambar 1.1 Meja Kursi Ukir Jepara.
Sumber: http://keren2704.blogspot.com/2017/03/seni-kerajinan-kursi-kayu-ukir.html

Untuk tahap pembuatanpun melalui beberapa tahap, mulai dari kayu gelodongan (Log), kayu papan, meja – kursi kasar baru *finishing.*



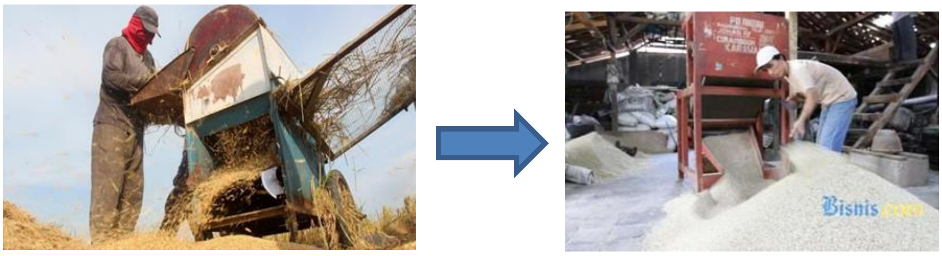
Gambar 1.2. Proses Log jadi Furniture.
Sumber: www.tentangkayu.com

Untuk membuat mebel berupa meja dan kursi, seorang pengusaha mebel harus mengetahui berapa biaya pembuatan meja dan kursi sampai jadi sehingga biaya tidak berlebih. Pengusaha harus merencanakan dan menghitung satu persatu yaitu biaya pada tahap pengerjaan pembuatan dan biaya pada tahap *finishing*. Di dalam matematika, biaya dari setiap tahapan dapat dinyatakan dalam suatu fungsi biaya sehingga biaya totalnya merupakan fungsi komposisi dari setiap tahapan.

Sebagai contoh berapakah total biaya yang diperlukan untuk menghasilkan 20 set meja kursi dengan kualitas yang bagus dari seorang tukang kayu yang dapat menghasilkan meja dan kursi yang bagus melalui dua tahap, yaitu tahap pembuatan dan tahap *finishing*. Apabila biaya yang diperlukan pada tahap pembuatan adalah Rp750.000,00 per set, dan biaya pada tahap finishing adalah Rp150.000,00 per set. Apabila banyaknya meja dan kursi yang dihasilkan adalah x set dan biaya yang diperlukan pada tahap pembuatan adalah dengan persamaan $f(x)$ = 750 000 $x$ + 15000, sedangkan biaya pada tahap finishing dengan persamaan $g(x)$ = 15000$x$ + 10000. Dengan menggunakan operasi fungsi komposisi maka biaya total pembuatan 20 set meja-kursi dapat dihitung.

Untuk lebih memahami masalah Fugsi Komposisi, coba Kalian perhatikan permasalahan berikut:

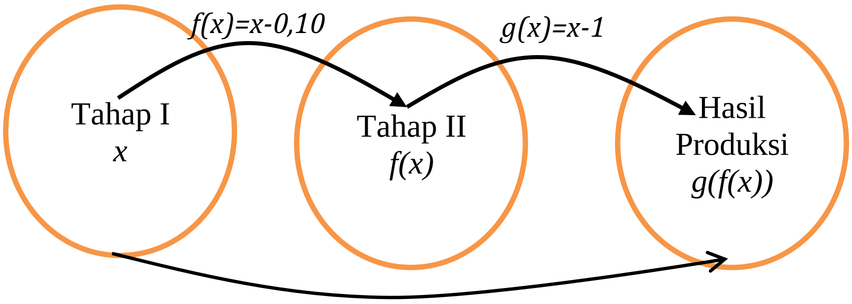
Suatu penggilingan padi dapat memproduksi beras super melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin-1 yang menghasilkan beras setengah jadi berupa pelepasan kulit padi. Tahap kedua dengan menggunakan mesin-2 yang menghasilkan beras super. Dalam produksinya, mesin-1 menghasilkan bahan setengah jadi dengan mengikuti fungsi $(x) = x$ - 0,10 dan mesin-2 mengikuti fungsi $g(x) = x$ - 1, dengan $x$ merupakan banyak bahan dasar padi dalam satuan kg. Jika bahan dasar padi yang tersedia untuk suatu produksi sebesar 1 ton, berapakah beras super yang dihasilkan dalam ton?




Mesin I　　　　　　　　Mesin II

Gambar 1.3 : Mesin penggiling padi
Sumber : https://images.app.goo.gl/TWJ7HYeZR3ssXQvt6
https://images.app.goo.gl/wQsMgmmyAR5qdLLu5

Proses di atas dapat kita gambarkan sebagai berikut:




Gambar 1.4 : Tahapan produksi beras.

Dari gambar di atas, terlihat bahwa tahap produksi beras terdiri atas dua tahap yang hasil produksi setiap tahapnya dapat dihitung sebagai berikut.

Hasil produksi tahap I
Rumus fungsi pada produksi tahap I adalah $(x) = x - 0{,}10$.
Untuk $x = 1000$, diperoleh:

$$f(x) = x - 0{,}10$$
$$= 1000 - 0{,}10$$
$$= 999{,}90$$

Hasil produksi tahap I adalah 999,90 kg beras setengah jadi.

Hasil produksi tahap II
Rumus fungsi pada produksi tahap II adalah $(x) = x - 1$.
Karena hasil produksi pada tahap I akan dilanjutkan pada produksi tahap II, maka hasil produksi tahap I menjadi bahan dasar produksi tahap II, sehingga diperoleh:

$$g(x) = x - 1$$
$$= 999{,}90 - 1$$
$$= 998{,}90$$

Dengan demikian, hasil produksi tahap II adalah 998,90 kg beras super. Hasil produksi yang dihasilkan penggilingan padi tersebut jika bahan dasar padinya sebanyak 1 ton adalah 0,9989 ton beras super.

Masalah di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan cara yang berbeda sebagai berikut.
Diketahui fungsi-fungsi produksi berikut.

$f(x) = x - 0{,}10$ .......................................................(1)

$g(x) = x - 1$ .......................................................(2)

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2), diperoleh fungsi

$g(f(x)) = (f(x)) - 1 = (x - 0{,}10) - 1 = x - 1{,}1$.

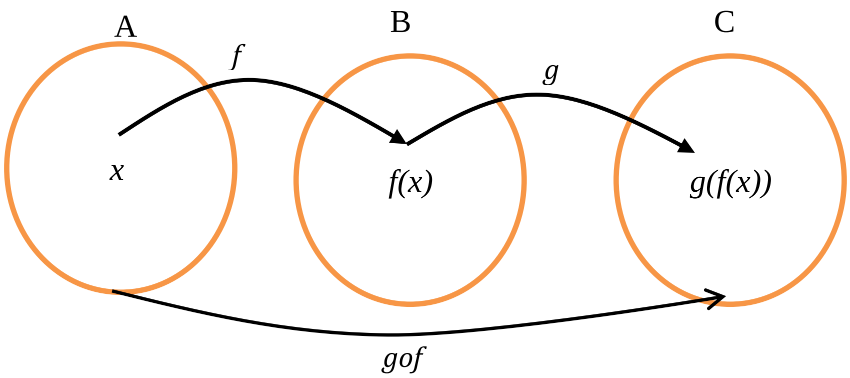
Dengan demikian, diperoleh fungsi $g(f(x)) = x - 1{,}1$. (3).
Jika disubtitusikan nilai $x = 1000$ pada persamaan 3, didapat:

$g(f(1000)) = 1000 - 1{,}1 = 998{,}90$.

Terlihat bahwa hasil produksi sebesar 998,90 kg. Nilai ini sama hasilnya dengan hasil produksi dengan menggunakan perhitungan cara pertama di atas.
Nilai $g(f(x))$ merupakan nilai suatu fungsi yang disebut fungsi komposisi $f$ dan $g$ dalam $x$ yang dilambangkan dengan $g \circ f$. Karena itu nilai $g \circ f$ di $x$ ditentukan dengan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

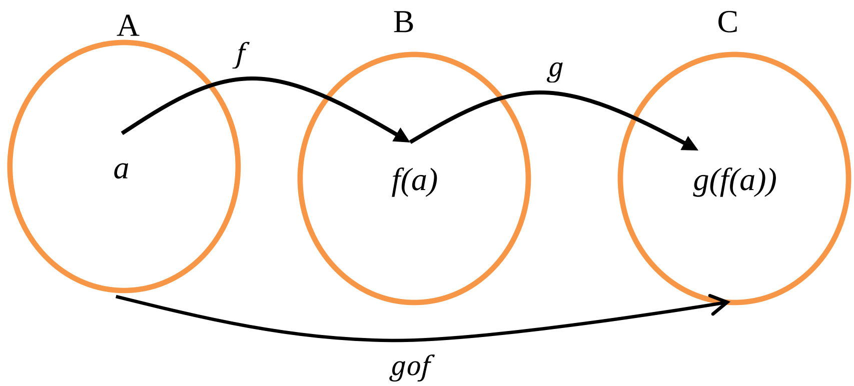
Masalah di atas merupakan contoh permasalahan komposisi fungsi. Bagaimana sekarang sudah dipahami yang dimaksud dengan komposisi fungsi?
Ayo kita kaji lebih dalam lagi.

Misalkan fungsi $f$ memetakan himpunan A ke dalam himpunan B ditulis $f: A \to B$, dan fungsi $g$ memetakan himpunan B ke dalam C ditulis $g: B \to C$, sebagaimana ilustrasi di bawah ini:




Gambar 1.5 : Komposisi Fungsi

Untuk $a \in A$ maka petanya $(a)$ berada di B yang juga merupakan domain dari fungsi $g$, oleh sebab itu pasti diperoleh peta dari $(a)$ di bawah pemetaan $g$ yaitu $(f(a))$. Dengan demikian kita mempunyai suatu aturan yang menentukan setiap elemen $a \in A$ dengan tepat satu elemen $((a)) \in C$. Fungsi baru inilah yang disebut fungsi komposisi dari $f$ dan $g$, yang dinyatakan dengan notasi $g \circ f$ (dibaca "$g$ bundaran $f$")




Gambar 1.6 : Pemetaan $f: A \rightarrow B$, dan $g: B \rightarrow C$

Secara singkat, jika $f$: $A \rightarrow B$, dan $g$: $B \rightarrow C$ maka kita definisikan suatu fungsi komposisi $gof$: $A \rightarrow C$ sedemikian hingga $(gof)(a) = g(f(a))$. Perhatikan bahwa fungsi komposisi $gof$ adalah penggandaan fungsi yang mengerjakan $f$ dahulu, baru kemudian mengerjakan $g$.

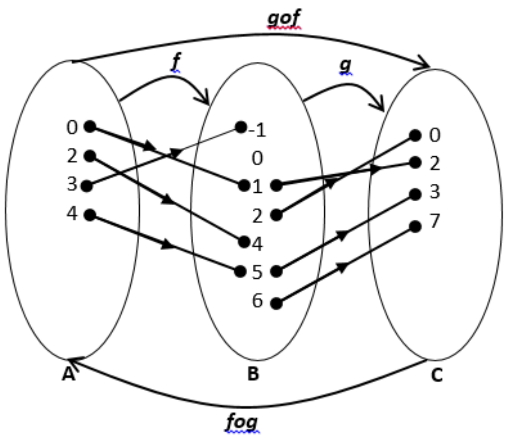
Dengan memperhatikan definisi dari fungsi komposisi di atas dapat diperoleh fungsi komposisi $gof$ dan $f \circ g$ apabila:
Komposisi fungsi $g \circ f$ : Jika fungsi $f$ dan $g$ memenuhi $\boldsymbol{R}_f \cap \boldsymbol{D}_g \neq \varnothing$
Komposisi fungsi $f \circ g$ : Jika fungsi $f$ dan $g$ memenuhi $\boldsymbol{R}_g \cap \boldsymbol{D}_f \neq \varnothing$

**Contoh 1:**

Diketahui fungsi $f : A \rightarrow B$ dan $g : B \rightarrow C$ dinyatakan dalam pasangan terurut :
f = {(0,1), (2,4), (3,-1),(4,5)} dan g = {(2,0), (1,2), (5,3), (6,7)}
Tentukanlah:
a) (f o g) b) (g o f) c) (f o g)(1) d) (g o f)(4)

**Penyelesaian:**

$f : A \rightarrow B$ dan $g : B \rightarrow C$
Perhatikan diagram panah berikut:



a) ($f$ o $g$) pemetaan oleh $g$ dilanjutkan pemetaan oleh $f$.

Dari diagram di atas

g(1) = 2 dan f(g(1)) =f(2) = 4

g(2) = 0 dan f(g(2))=f(0) = 1

g(5) = 3 dan f(g(5))=f(3) = -1

sehingga (fog) = {(2,1), (1,4), (5,-1)}

b) (go f) pemetaan oleh f dilanjutkan pemetaan oleh g.

F(0) = 1 dan g(f(0)) = g(1) = 2

F(4) = 5 dan g(f(4)) = g(5) = 3

Sehingga (gof) = {(0,2), (4,3)}

c) (f o g)(1) = 4

d) d) (g o f)(4) = 3

**Contoh 2:**

Diketahui : f : R $\rightarrow$ R ; f(x) = $2x^2 + 1$,
g : R $\rightarrow$ R ; g(x) = x + 3

Tentukan :

a) (f o g)(x)
b) (g o f)(x)
c) (f o g)(1)
d) (g o f)(1)

**Penyelesaian:**

a) Pada (fog) x dipetakan lebih dulu oleh g(x) kemudian g(x) dipetakan oleh f(x).

(f o g)(x) $= f(g(x)) = 2(g(x))^2 + 1$
$= f(x+3)$
$= 2(x+3)^2 + 1$
$= 2(x^2 + 6x + 9) + 1$
$= 2x^2 + 12x + 19$

b) Pada (g o f) x dipetakan lebih dulu oleh f(x) kemudian f(x) dipetakan oleh g(x)

(g o f)(x) = g(f(x))
$= g(2x^2+1)$
$= 2x^2 + 1 + 3$
$= 2x^2 + 4$

c) (f o g)(1) = f(g(1))
= f(4)
$= 2.\ (4)^2 + 1$
= 2.16 + 1
= 33

d) (g o f)(1) = g(f(1))
= g(3)
= 3 + 3
= 6

**Contoh 3:**

Diketahui A = {x l x < -1}, B dan C adalah himpunan bilangan real.
f : A → B dengan f(x) = -x + 1; g : B → C dengan g(x) = $x^2$ dan
h = g o f : A → C.
Bila x di A dipetakan ke 64 di C, tentukan nilai x!

**Penyelesaian:**

$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(-x + 1) = (-x + 1)^2$
$h(x) = 64 \rightarrow (-x + 1)^2 = 64 \leftrightarrow -x + 1 = \pm 8$
$-x + 1 = 8 \leftrightarrow x = -7$ atau $-x + 1 = -8 \leftrightarrow x = 9$
Karena A = {x l x < -1}, maka nilai x yang memenuhi adalah x = -7.

**Contoh 4:**

Fungsi $f: R \rightarrow R$, $g : R \rightarrow R$ dan $h: R \rightarrow R$ yang didefinisikan oleh rumus
$f(x) = x + 2$, $g(x) = 3x^2$ dan $h(x) = 2x - 3$
Tentukan :
a) $(gof)(1)$ dan $(fogoh)(1)$
b) rumus untuk $(gof)$, $(fog)$ dan $(fogoh)$

**Penyelesaian:**
a) $(gof)(1)$=g(f(1)
f(1) = 1 + 2 = 3
$(gof)(1)$=g(f(1)) = $3.3^2$ = 3.9 = 27

Untuk $(fogoh)(1)$ pemetaan pertama oleh *h(x) = 2x + 3*, dilanjutkan oleh *g(x) =* $x^2$ sehingga *g(h(x).* Untuk selanjutnya *g(h(x)* dipetakan oleh *f(x)* sehingga *f(g(h(x))).*
$h(1) = 2.(1) - 3 = -1$
$g(h(1)) = (h(1))^2 = (-1)^2 = 1$
*(fogoh)(x) = (f(g(h(1)))* = 2.*(g(h(1))* + 3 = 2.(1) + 3 = 5

b) $(gof): x \rightarrow (gof)(x) = g\ (f(x)) = g(x + 2) = 3(x + 2)2 = 3x^2 + 12x + 12$
sehingga $(gof): x \rightarrow 3x^2 + 12x + 12$.
$(fog): x \rightarrow (fog)(x) = f(g(x)) = f(3x2) = 3x^2 + 2$
sehingga $(fog): x \rightarrow 3x^2 + 2$.

**Catatan:**
Dari jawab di atas didapat fungsi $g \circ f$ dan $f \circ g$ tidak sama, sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa komposisi fungsi tidak bersifat komutatif.

$$
\begin{aligned}
(fogoh): x \rightarrow (fogoh)(x) &= f(g(h(x))) \\
&= f(g(2x - 3)) \\
&= f(3(2x - 3)^2 = f(12x^2 - 36x + 27) \\
&= (12x^2 - 36x + 27) + 2 = 12x^2 - 36x + 29.
\end{aligned}
$$

sehingga $(fogoh): x \rightarrow 12x^2 - 36x + 29$.

Perhatikan kembali Contoh 1 s.d 4 di atas. Contoh 1 s.d 4 tersebut diberikan untuk menentukan fungsi komposisi jika fungsi-fungsi yang lain telah diketahui.

Berikut ini diberikan contoh bagaimana menentukan fungsi jika diketahui fungsi komposisi dan suatu fungsi yang lain.

**Menentukan Komponen Pembentuk Fungsi Komposisi**

**Contoh 5:**
Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 3x – 2 dan fungsi f(x) = 2x + 1. Tentukan nilai dari g(x)!

**Penyelesaian:**

(f o g)(x) = 3x – 2 dan f(x) = 2x + 1

(fog)(x) = f(g(x)) = 3x – 2→ f(g(x)) = 2.g(x) + 1

f (g(x)) = f(g(x))

2.g(x) + 1 = 3x – 2

2.g(x) = 3x – 3

g(x) = $\frac{3x-3}{2}$

**Contoh 6:**
Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 6x + 3 dan fungsi g(x) = 2x - 3. Tentukan nilai dari f(x)!

**Penyelesaian:**

(f o g)(x) = 6x + 3, misalkan, p = 2x - 3

f(g(x)) = 6x + 3      p + 3 = 2x

f(2x – 3) = 6x + 3      $\frac{p+3}{2}$ = x

f(p) = 6.($\frac{p+3}{2}$) + 3

f(p) = 3(p + 3) + 3

f(p) = 3p + 12

Jadi, f(x) = 3x + 12

**Cara lain:**

(f o g)(x) = 6x + 3 dan g(x) = 2x - 3
f(g(x)) = 6x + 3
f(2x – 3) = 6x + 3 = 3(2x – 3) + 12
f(x) = 3x + 12

Ruas kanan dinyatakan dalam 2x-3
namun nilainya tetap 6x + 3

**Penggunaan komposisi fungsi dalam kehidupan sehari-hari.**

**Contoh 7:**

PT MAKMUR BERSAMA sebuah perusahaan yang sangat memperhatikan karyawannya. Pada tahun 2020 perusahaan mempunyai mempunyai kebijakan dalam memberikan kesejahteraan kepada karyawannya, yaitu setiap bulan seorang karyawan akan menerima 3 buah tunjangan yang terdiri dari tunjangan keluarga, tunjangan kesehatan dan tunjangan transportasi selain gaji pokok. Ketentuan tentang tunjangan tersebut adalah sebagai berikut:

- Tunjangan Keluarga = 1/3 Gaji Pokok + Bonus Tambahan
- Tunjangan Kesehatan = ½ (Tunjangan Keluarga + Bonus Tambahan)
- Tunjangan Transportasi = ¼ Tunjangan Kesehatan

Tabel **Bonus tambahan** ditampilkan seperti pada tabel di bawah ini:

| Gol | Masa Kerja dalam tahun (M) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | M ≤ 5 | 5<M≤ 10 | 10<M≤15 | 15<M≤20 | 20<M≤25 | 25<M≤30 | M ≥ 30 |
| I A | 50.000 | 150.000 | 250.000 | 350.000 | 450.000 | 550.000 | 650.000 |
| I B | 150.000 | 250.000 | 350.000 | 450.000 | 550.000 | 650.000 | 750.000 |
| II A | 250.000 | 350.000 | 450.000 | 550.000 | 650.000 | 750.000 | 850.000 |
| II B | 350.000 | 450.000 | 550.000 | 650.000 | 750.000 | 850.000 | 950.000 |
| III A | 450.000 | 550.000 | 650.000 | 750.000 | 850.000 | 950.000 | 1.050.000 |
| III B | 550.000 | 650.000 | 750.000 | 850.000 | 950.000 | 1.050.000 | 1.150.000 |
| IV A | 650.000 | 750.000 | 850.000 | 950.000 | 1.050.000 | 1.150.000 | 1.350.000 |
| IV B | 750.000 | 850.000 | 950.000 | 1.050.000 | 1.150.000 | 1.350.000 | 1.450.000 |
| V | 850.000 | 950.000 | 1.050.000 | 1.150.000 | 1.350.000 | 1.450.000 | 1.550.000 |

Jaka adalah seorang karyawan Golongan III B dan telah bekerja selama 27 tahun dengan gaji pokok Rp 12.000.000, Berapakah **tunjangan transportasi** yang akan diperoleh Jaka perbulannya?

**Penyelesaian:**

Misalnya : Tunjangan keluarga = K
Tunjangan Kesehatan = S
Tunjangan Transportasi = T
G = Gaji Pokok

Maka:

K = $\frac{1}{3}G + Bonus\ Tambahan$

S = ½ (K + Bonus Tambahan)

T = ¼ S ;

sesuai Golongan dan masa kerja Jaka (gol III B dan masa kerja 27 tahun) jika dicocokan dengan tabel bonus tambahan diperoleh:

K = $\frac{1}{3}G + 1.050.000$

S = ½ (K + 1.050.000)

T = ¼ S

T= ¼ ( ½ (K +1.050.000)) = $\frac{1}{8}K + 131.250$

T = $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{3}G + 1.050.000\right) + 131.250$

$T = \frac{1}{24}G + 131.250 + 131.250$

$T = \frac{1}{24}G + 262.500$

$T = \frac{1}{24}(12.000.000) + 262.500$

T = 762.500

Jadi Tunjangan Transportasi Jaka per bulan = Rp 762.500,-

**Sifat – Sifat Komposisi Fungsi**

Berikut ini sifat – sifat yang berlaku pada fungsi komposisi :

1. Secara umum *sifat komutatif tidak berlaku* pada fungsi komposisi, yaitu $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
2. Untuk komposisi tiga fungsi atau lebih, berlaku *sifat asosiatif*. Jika $f$, $g$, dan $h$ tiga buah fungsi, maka berlaku : $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$.
3. Terdapat fungsi identitas terhadap operasi komposisi fungsi, yakni $I(x) = x$, sehingga berlaku :
   $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$

**Contoh 8:**

Diketahui f(x) = 2x + 1, g(x) = 3 – x, dan h(x) = $x^2$ + 2, I(x) = x

(f o g)(x) = f(g(x)) = f(3-x) = 2(3-x) + 1 = 6 – 2x + 1 = 7 – 2x

(g o f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1) = 3 – (2x+1) = 3 – 2x – 1 = 2 – 2x

(g o h)(x) = g(h(x)) = g($x^2$ + 2) = 3 – ($x^2$ + 2) = 1 - $x^2$

Dari hasil di atas tampak bahwa (fog)(x) ≠ (g o f)(x)

((fog)oh)(x) = (fog)(h(x))= (fog)( $x^2$ + 2)= 7 – 2($x^2$ + 2) = 3 - 2$x^2$

(fo(goh))(x)=f((goh)(x))= f(1 - $x^2$)= 2(1 - $x^2$) + 1 = 2 – 2 $x^2$ + 1 = 3 – 2 $x^2$

Dari hasil di atas tampak bahwa ((fog)oh)(x) = (fo(goh))(x)

(foI)(x) = f(I(x)) = f(x) = 2x + 1

(Iof)(x) = I(f(x)) = I(2x+1) = 2x + 1

Dari hasil di atas tampak bahwa (foI)(x) = (Iof)(x) = f(x)

## C. Rangkuman

1. Komposisi fungsi f dan g didefinisikan (fog)(x) = f(g(x)) dan (gof)(x) = g(f(x))
2. Komposisi fungsi $g \circ f$ : Jika fungsi $f$ dan $g$ memenuhi $\boldsymbol{R_f} \cap \boldsymbol{D_g} \neq \varnothing$
   Komposisi fungsi $f \circ g$ : Jika fungsi $f$ dan $g$ memenuhi $\boldsymbol{R_g} \cap \boldsymbol{D_f} \neq \varnothing$
3. Sifat-sifat komposisi fungsi
   a. Tidak komutatif
   b. Memiliki sifat asosiatif (fog)o(h) = fo(goh)
   c. Memiliki fungsi identitas I(x) = x sehingga foI = Iof = f

# KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
# FUNGSI INVERS

## A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik dapat :
1. Memahami operasi invers pada fungsi invers
2. Memahami sifat-sifat operasi invers pada fungsi invers
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan invers pada suatu fungsi.

## B. Uraian Materi

Masih ingatkah Kalian waktu kecil dulu orangtua Kalian atau guru TK mengajarkan bagaimana cara memakai sepatu atau melepas sepatu. Biasanya dimulai dengan mengambil sepatu dari rak sepatu, memasang kaos kaki, memasukkan kaki dan mengikat tali sepatu. Ketika belajar membuka sepatu, dimulai dengan membuka tali sepatu, mengeluarkan kaku, membuka kaos kaki dan meletakkan sepatu pada tempat penyimpanan sepatu. Proses memakai sepatu dan membuka sepatu tergambar pada diagram berikut:


Gambar 2.1: Proses memasang dan membuka sepetu.

Kegiatan memakai sepatu dan melepas sepatu tersebut merupakan kegiatan yang berkebalikan, dalam matematika sering dinamakan invers.
Sekarang perhatikan contoh kontekstual yang terkait dengan invers fungsi berikut:

**Contoh 1:**

Seorang pedagang kain memperoleh keuntungan dari hasil penjualan setiap x potong kain sebesar f(x) rupiah. Nilai keuntungan yang diperoleh mengikuti fungsi f(x) = 500x + 1.000, dimana x banyak potong kain yang terjual.

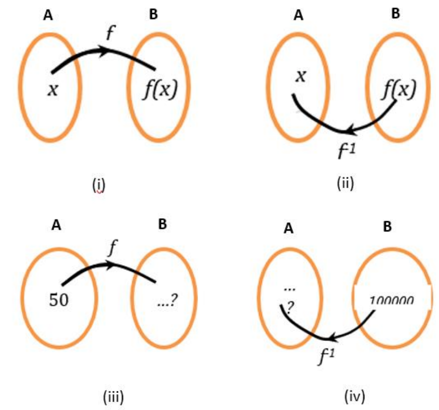
a. Jika dalam suatu hari pedagang tersebut mampu menjual 50 potong kain, berapa keuntungan yang diperoleh?
b. Jika keuntungan yang diharapkan sebesar Rp100.000,00 berapa potong kain yang harus terjual?
c. Jika A merupakan daerah asal (domain) fungsi f dan B merupakan daerah hasil (range) fungsi f, gambarkanlah permasalahan butir (a) dan butir (b) di atas.

**Penyelesaian:**
Keuntungan yang diperoleh mengikuti fungsi $f(x) = 500x + 1.000$, untuk setiap $x$ potong kain yang terjual.

a) Penjualan 50 potong kain, maka $x = 50$ dan nilai keuntungan yang diperoleh adalah $f(x) = 500x + 1000$ untuk $x = 50$ berarti $f(50) = (500 \times 50) + 1.000$
$= 25.000 + 1.000$
$= 26.000$
Jadi, keuntungan yang diperoleh dalam penjualan 50 potong kain sebesar Rp26.000,00

b) Agar keuntungan yang diperoleh sebesar Rp 100.000,00, maka banyaknya kain yang harus terjual adalah $f(x) = 500x + 1000$
$$100.000 = 500x + 1000$$
$$500x = 100.000 - 1.000$$
$$500x = 99.000$$
$$x = \frac{99.000}{500}$$
$$x = 198$$
Jadi, banyaknya kain yang harus terjual adalah 198 potong

c) Jika $A$ merupakan daerah asal fungsi $f$ dan $B$ merupakan daerah hasil fungsi $f$, maka permasalahan butir (a) dan butir (b) di atas digambarkan seperti berikut.




Gambar 2.2: Fungsi Invers

Berdasarkan Gambar 2.2 di atas, maka dapat dikemukakan beberapa hal sebagai berikut.

(a) Gambar 2.2 (i) menunjukkan bahwa fungsi $f$ memetakan A ke B, dapat ditulis $f$: A → B.

(b) Gambar 2.2 (ii) menunjukkan bahwa $f^{-1}$ memetakan B ke A, dapat ditulis $f^{-1}$: B → A, dimana $f^{-1}$ merupakan fungsi invers $f$

(c) Gambar 2.2 (iii) menunjukkan bahwa untuk nilai $x$ = 50, maka akan dicari nilai $f(x)$

(d) Gambar 2.2 (iv) menunjukkan kebalikan dari Gambar 2.2 (iii), yaitu mencari nilai x jika diketahui nilai f(x) = 100.000.

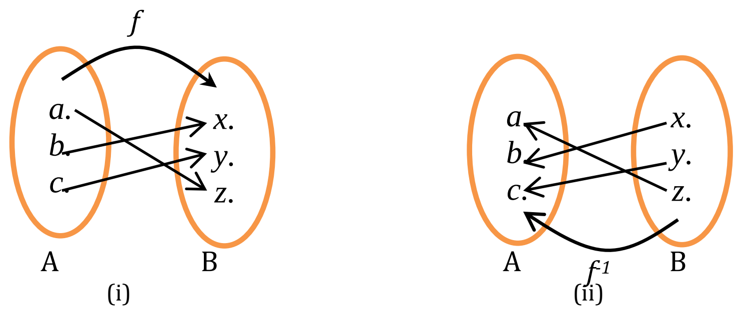
Dari contoh di atas, dapat dikatakan bahwa untuk mencari nilai $x$ adalah merupakan pembahasan invers suatu fungsi.
Secara umum invers dari suatu fungsi dapat dijelaskansebagai berikut.
Misalkan $f$ suatu fungsi dari $A$ ke dalam $B$ dan misalkan untuk suatu $a \in A$ petanya adalah $(a) = b \in B$, maka invers dari b (dinyatakan dengan $f^{-1}(b)$) adalah elemen-elemen dalam $A$ yang memiliki $b \in B$ sebagai petanya.
Secara singkat, jika $f : A \rightarrow$ B sedemikian hingga $f : x \rightarrow f(x)$ maka yang dimaksud dengan invers fungsi $b$ adalah:

$$f^{-1}(b) = \{x | x \in A, f(x) = b\}$$

(Notasi $f^{1}$ dibaca "$f$ invers")

**Contoh 2:**

Misalkan $f: A \rightarrow B$ didefinisikan sebagaimana diagram panah berikut :




Gambar 2.3

Dari diagram (i):

$f(a) = z$
$f(b) = x$
$f(c) = y$

Dari diagram (ii):

$f^{1}(z) = a$
$f^{1}(x) = b$
$f^{1}(y) = c$

Jadi $f : A \rightarrow B$ adalah $f$={($a$, $z$), ($b$, $x$), ($c$, $y$)} dan $f^{1} : B \rightarrow A$ adalah $f^{1}$={($x$, $b$), ($y$, $c$), ($z$, $a$)}.

## Fungsi Invers

Setelah Kalian mempelajari contoh 1 dan 2, Kalian sudah mendapat gambaran tentang invers suatu fungsi. Sekarang kita kembangkan pemahaman Kalian dengan mempelajari fungsi invers. Apakah yang dimaksud dengan invers suatu fungsi sama dengan fungsi invers? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, Kalian perhatikan contoh berikut.

Fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $f = \{(x, y) | y = f(x), x \in A \text{ dan } y \in B\}$ didefinisikan dengan $y = f(x) = 2x$. Jika daerah asal (domain) $D_f$ = {…, -2, -1, 0, 1, 2…}, maka daerah hasilnya (Range) adalah:

$f(-2) = 2.(-2) = -4$, $f(-1) = 2.(-1) = -2$, $f(0) = 2.0 = 0$, $f(1) = 2.1 = 2$, $f(2) = 2.2 = 4$, sehingga Range $R_f$ = {…, -4, -2, 0, 2, 4, …}.

Pasangan berurut dari fungsi $f$ adalah $f$ : {…, (-2, -4), (-1, -2), (0, 0), (1, 2), (2, 4),…}

Inver dari fungsi $f$ adalah $f^{-1}: B \rightarrow A$. Dari pasangan berurut fungsi $f$ kita dapatkan daerah asal invers fungsi $f$, yaitu $D_{f^{-1}}$ = {…, -4, -2, 0, 2, 4, …}

Daerah hasi $R_{f^{-1}}$={…, -2, -1, 0, 1, 2, …}.

Pasangan berurut invers fungsi $f$ adalah $f^{-1}$ : {…, (-4, -2), (-2, -1), (0, 0), (2, 1), (4, 2),…}

Coba Kalian amati pasangan berurut di atas, bahwa setiap dua unsur yang berbeda di dalam domain $f$ dikawankan dengan dua unsur yang berbeda di dalam daerah kawan (kodomain) $f$. Sebagai contoh, $x_1$ = -2 dan $x_2$ = 2 dikawankan berturut turut dengan $y_1$ = -4 dan $y_2$ = 4. Invers dari fungsi ini akan menghubungkan dua unsur yang berbeda tersebut dengan dua unsur semula yang berbeda, yaitu -4 dengan -2 dan 4 dengan 2. Ini berarti relasi pada invers fungsi $f$ merupakan relasi satu-satu, setiap unsur di dalam daerah asalnya dihubungkan dengan satu dan hanya satu unsur di dalam daerah hasil. Invers dari fungsi $f$ memenuhi syarat sebagai sebuah fungsi, jadi $f^{-1}$disebut fungsi invers.

Sekarang Kalian amati fungsi $g$: C→ D dengan $g = \{(x, y) | y = g(x), x \in C \text{ dan } y \in D\}$ didefinisikan dengan $y = g(x) = x^2$. Jika daerah asal (domain) $D_f$ = {…, -2, -1, 0, 1, 2…}, maka daerah hasilnya (Range) adalah:

$g(-2) = (-2)^2 = 4, g(-1) = (-1)^2 = 1, g(0) = 0^2 = 0, g(1) = 1^2 = 1, g(2) = 2^2 = 4$

Pasangan berurut fungsi $g$={…(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)…}.

Pasangan berurut invers dari fungsi $g$ adalah $g^{-1}$={…,(4, -2), (1, -1), (0, 0), (1, 1), (4, 2)}.

Kalau Kalian mengamati, Kalian bisa melihat bahwa ada unsur $x$ di dalam domain $g$ dikawankan dengan unsur $y$ yang sama di dalam daerah kawan $g$. Contohnya, unsur 2 dan −2 keduanya dipetakan ke unsur yang sama, yaitu 4. Akibatnya, invers dari fungsi ini menghubungkan 4 dengan dua unsur yang berbeda, yaitu 2 dan −2.

$g(-2) = 4$, $g(2) = 4$ dan $g^{-1}(4) = -2$, $g^{-1}(4) = 2$. Invers dari fungsi ini tidak sesuai dengan aturan fungsi. Jadi, invers dari fungsi $g(x) = x^2$ bukan merupakan fungsi, tetapi hanya relasi saja. $g^{-1}$ disebut invers dari fungsi $g$.

Dari contoh di atas dapat disimpulkan bahwa invers atau kebalikan dari fungsi, tidak selalu menghasilkan fungsi. Jika invers dari suatu fungsi merupakan fungsi juga, maka invers tersebut dinamakan fungsi invers. Syarat agar invers suatu fungsi merupakan fungsi invers jika dan hanya jika f suatu **fungsi bijektif (korespondensi satu-satu).**

**Sifat 1:**

Suatu fungsi $f$ : A → B dikatakan memiliki fungsi invers $f^{-1}$: B → A jika dan hanya jika fungsi $f$ merupakan fungsi bijektif.

Dari Sifat 1 di atas, pada fungsi bijektif f: A → B, A merupakan daerah asal fungsi f dan B merupakan daerah hasil fungsi f. Secara umum, definisi fungsi invers diberikan sebagai berikut :

**Definisi**:

Jika fungsi $f$: $D_f \rightarrow R_f$ adalah fungsi bijektif, maka invers fungsi $f$ adalah fungsi yang didefinisikan sebagai $f^{-1}$: $R_f \rightarrow D_f$ dengan kata lain $f^{-1}$ adalah fungsi dari $R_f$ ke $D_f$. $D_f$ adalah daerah asal fungsi $f$ dan $Rf$ adalah daerah hasil fungsi $f$

Fungsi $f$: $D_f \rightarrow R_f$ adalah fungsi bijektif, jika $y \in R_f$ merupakan peta dari $x \in D_f$, maka hubungan antara $y$ dengan $f(x)$ didefinisikan dengan $y = f(x)$. Jika $f^{-1}$ adalah fungsi invers dari fungsi $f$, maka untuk setiap $x \in R_{f^{-1}}$ adalah peta dari $y \in D_{f^{-1}}$. Hubungan antara $x$ dengan $f^{-1}(y)$ didefinisikan dengan rumus $x = f^{-1}(y)$

## Menentukan Rumus Fungsi Invers.

Setelah memahami fungsi invers, pembahasan kita kembangkan dengan menentukan rumus fungsi invers. Coba Kalian amati masalah berikut:

**Contoh 3:**

Salah satu sumber penghasilan yang diperoleh klub sepak bola adalah hasil penjualan tiket penonton jika timnya sedang bertanding. Besarnya dana yang diperoleh bergantung kepada banyaknya penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut. Suatu klub memberikan informasi bahwa besar pendapatan yang diperoleh klub dari penjualan tiket penonton mengikuti fungsi $f(x) = 500x + 20.000$, dengan x merupakan banyak penonton yang menyaksikan pertandingan.

a) Tentukanlah fungsi invers pendapatan dari tiket penonton klub sepak bola tersebut.
b) Jika dalam suatu pertandingan, klub memperoleh dana hasil penjualan tiket penonton sebesar Rp 5.000.000,00, berapa penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut?

**Penyelesaian:**

Diketahui fungsi pendapatan klub sepak bola tersebut adalah $f(x) = 500x + 20.000$.

(a) Invers fungsi pendapatan dari tiket penonton klub sepak bola
Untuk menentukan rumus fungsi invers $f(x)$ dapat dihitung sebagai berikut.
$y = f(x) = 500x + 20.000$
$y = 500x + 20.000$
$500x = y - 20.000$

$$x = \frac{y - 20.000}{500}$$

Karena $x = f^{-1}(y)$, maka $f^{-1}(y) = \frac{y-20.000}{500}$

Karena $f^{-1}(y) = \frac{y-20.000}{500}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$

Jadi, fungsi invers dari $f(x) = 500x + 20.000$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$ atau

$$f^{-1} = \frac{1}{500}(x - 20.000)$$

(b) Jika dana hasil penjualan tiket penonton sebesar Rp 5.000.000,00, maka banyak penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut adalah

$f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$

$$f^{-1}(5.000.000) = \frac{5.000.000 - 20.000}{500} = \frac{4.980.000}{500} = 9.960.$$

Jadi, penonton yang menyaksikan pertandingan sepak bola sebanyak 9.960 orang.
Berdasarkan alternatif penyelesaian Contoh 3 di atas, diperoleh sifat sebagai berikut.

**Sifat 2:**

Misalkan $f^{-1}$ adalah fungsi invers fungsi $f$. Untuk setiap $x \in D_f$ dan $y \in R_f$, maka berlaku $y = f(x)$ jika dan hanya jika $f^{-1}(y) = x$

Untuk menentukan rumus fungsi invers dari fungsi $f$ dapat dilakukan langkahlangkah:
1. memisalkan $f(x) = y$,
2. menyatakan $x$ dalam $y$,
3. menentukan rumus dari $f^{-1}(x)$ dengan mengingat $f^{-1}(y) = x$ dan mengganti variabel $y$ dengan $x$.

**Contoh 4:**

Diketahui f: R → R dengan f(x) = 2x - 5. Tentukan $f^{-1}(x)$!

**Penyelsaian:**

Karena y = f(x)m maka y = 2x - 5
y = 2x - 5 (yang berarti $x = f^{-1}(y)$)
2x = y + 5

$x = \frac{y+5}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

**Contoh 5:**

Diketahui f(x)=$\frac{2x+1}{x-4}$ Tentukan $f^{-1}(x)$!

**Penyelesaian:**

Karena y = f(x), maka y = $\frac{2x+1}{x-4}$

$y(x-4) = 2x+1$

$yx - 4y = 2x+1$

$yx - 2x = 4y+1$

$x(y-2) = 2y+1$

$x = \frac{4y+1}{y-2}$

$f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-2}$

**Contoh 6:**

Jika $f(x) = \frac{2x}{3x-4}$, $x \in R, x \neq \frac{4}{3}$ dan $f^{-1}(k) = 1$. Tentukan nilai k!

**Penyelesaian:**

Misalkan *f(x) = y*,

$y = \frac{2x}{3x-4}$

$y(3x-4) = 2x$

$3xy - 4y = 2x$

$3xy - 2x = 4y$

$x(3y-2) = 4y$

$x = \frac{4y}{3y-2}$

$f^{-1}(x) = \frac{4x}{3x-2}$

$f^{-1}(k) = \frac{4k}{3k-2}$

$1 = \frac{4k}{3k-2}$

$3k - 2 = 4k$

$k = -2$

**Contoh 7:**

Suatu fungsi $f$ pada bilangan real ditentukan oleh rumus fungsi
$(x) = \frac{x-4}{2x+3}$
Tentukan domain dan kodomain $f$ agar diperoleh fungsi invers $f$-1

**Penyelesaian:**
Dengan memperhatikan rumus fungsi $f$ yang berupa fungsi pecah, maka domain dari fungsi $f$ adalah: $Df = \{x|\ 2x + 3 \neq 0, x \in R\}$

$$= \left\{x | x \neq -\frac{3}{2}, x \in R\right\}$$

Untuk menentukan kodomainnya terlebih dulu dicari rumus inversnya,
Misalkan $f(x) = y$

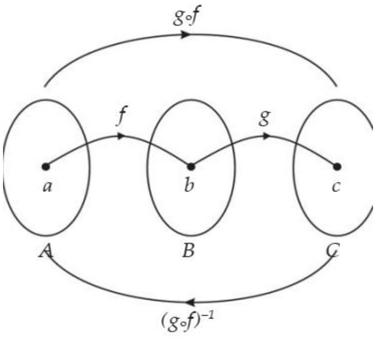
$$y = \frac{x-4}{2x+3}$$
$$\leftrightarrow \frac{x-4}{2x+3} = y$$
$$\leftrightarrow x - 4 = y(2x+3)$$
$$\leftrightarrow x - 4 = 2yx + 3y$$
$$\leftrightarrow x - 2yx = 3y + 4$$
$$\leftrightarrow x(1-2y) = 3y + 4$$
$$\leftrightarrow x = \frac{3y+4}{1-2y}$$
$$\rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3y+4}{1-2y}$$
$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{1-2x}$$

Syarat suatu fungsi memiliki fungsi invers apabila fungsi tersebut adalah bijektif, maka kodomain dari fungsi $f$ adalah domain dari $f^{-1}$, sehingga kodomain dari $f$ adalah

$$D_{f^{-1}} = \{x | 1 - 2x \neq 0, x \in R\} = \left\{x | x \neq \frac{1}{2}, x \in R\right\}$$

## Invers dari Fungsi Komposisi

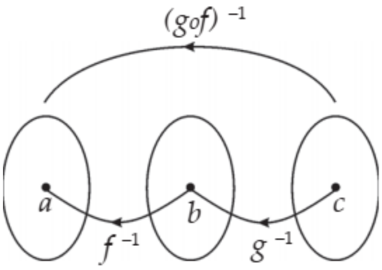
Setelah Kalian mempelajari fungsi komposisi dan fungsi invers dari suatu fungsi, pada pembahasan ini Kalian akan mempelajari mengenai fungsi invers dari fungsi komposisi. Untuk mempelajari lebih lanjut, perhatikan diagram panah berikut ini.




Gambar 2.4

Dari diagram di atas, dapat terlihat bahwa fungsi komposisi ($gof$) memetakan $a$ ke $c$. Sedangkan fungsi invers dari $gof$, yaitu $(gof)^{-1}$ memetakan $c$ ke $a$, atau dapat dinyatakan dengan $(gof)^{-1}$ ($c$) = $a$.

Dalam hal ini, $g^{-1}$ memetakan $c$ ke $b$ dan $f^{-1}$ memetakan $b$ ke $a$, seperti terlihat pada diagram berikut ini.




Gambar 2.5

Sehingga diperoleh $f^{-1}(g^{-1}) = f^{-1}$ (b) = a dengan $f^{-1}(g^{-1}(x)) = (f^{-1} \, o \, g^{-1})$ (c).

Untuk sembarang nilai x, secara umum dapat dikatakan bahwa:

$$(gof)^{-1}(x) = (f^{-1}og^{-1})(x)$$

Kalian dapat menentukan rumus invers fungsi dari fungsi komposisi dengan dua cara yaitu:

a. Menentukan dulu rumus fungsi komposisi, kemudian menentukan inversnya
b. Menentukan dulu inversnya masing–masing fungsi, kemudian dikomposisikan.

**Contoh 8:**

Diketahui $f = x - 7$ dan $g = 4x + 1$, tentukan $(f \circ g)\ -1(x)$ dengan dua cara di atas

**Penyelesaian:**

a. Menentukan dulu rumus fungsi komposisi, kemudian menentukan inversnya
$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(4x + 1) = 4x + 1 - 7 = 4x - 6$
Misalkan $y = 4x - 6$.
$\Leftrightarrow 4x = y + 6$
$\Leftrightarrow \mathrm{x} = \frac{\mathrm{y}+6}{4}$
Jadi $(fog)^{-1}(x) = \frac{x+6}{4}$

b. Menentukan dulu inversnya masing–masing fungsi, kemudian dikomposisikan
$f(x) = x - 7 \rightarrow$ misalkan $y = x - 7$
$\Leftrightarrow x = y + 7$ sehingga $f^{-1}(x) = x + 7$.
$g(x) = 4x + 1 \rightarrow$ misalkan $y = 4x + 1$
$\Leftrightarrow 4x = y - 1$
$\Leftrightarrow x = \frac{y-1}{4}$ sehingga $g^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$
$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
$= g^{-1}(f^{-1}(x))$
$= g^{-1}(x + 7)$
$= \frac{(x+7)-1}{4} = \frac{x+6}{4}$
Jadi $(fog)^{-1}(x) = \frac{x+6}{4}$

**Contoh 9:**

Diketahui fungsi f(x) = 2x – 3 dan g(x) = $\frac{1}{3x+1}, x \neq -\frac{1}{3}$. Tentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$!

**Penyelesaian*:***

$(f \circ g)(x) = 2(\frac{1}{3x+1}) - 3 = \frac{2 - 3(3x+1)}{3x+1} = \frac{-9x-1}{3x+1}$

Misalkan y = (f o g)(x)

$y = \frac{-9x-1}{3x+1}$

$y(3x+1) = -9x - 1$

$3xy + y = -9x - 1$

$3xy + 9x = -y - 1$

$x(3y + 9) = -(y + 1)$

$x = \frac{-(y+1)}{3y+9}$

$(f \circ g)^{-1}(x) = -\frac{x+1}{3x+9}$

**Contoh 10:**

Ditentukan f(x) = 2x – 1, g(x) = 3 – x dan h(x) = $\frac{4}{x}, x \neq 0$ , carilah nilai x sehingga $(hogof)^{-1}(x) = 1$!

**Penyelesaian:**

$(gof)(x)$= 3 – (2x – 1) = 4 – 2x

$\big(ho(gof)\big)(x)$ = $\frac{4}{4-2x}$

Misalkan $\big(ho(gof)\big)(x)$ = y, maka:

y = $\frac{4}{4-2x}$

4y – 2xy = 4

-2xy = 4 – 4y

x = $\frac{4-4y}{-2y} = \frac{2y-2}{y}$

$\big(ho(gof)\big)^{-1}(x)$ (x) = $\frac{2x-2}{x}$

$\frac{2x-2}{x}$ = 1

2x – 2 = x

x = 2

**Contoh 11:**

Ditentukan $f(x) = \frac{2x}{3-x}$, dengan $x \neq 3$. Tentukan:

a. $f^{-1}(x)$
b. $(fof^{-1})(x)$ dan $(f^{-1}of)(x)$

**Penyelesaian:**

*a.* $f(x) = \frac{2x}{3-x}$, misal y = *f(x)*

$y = \frac{2x}{3-x} \leftrightarrow y(3-x) = 2x$

$\leftrightarrow 3y - yx = 2x$

$\leftrightarrow 3y = yx + 2x = x(y+2)$

$\leftrightarrow x(y+2) = 3y$

$\leftrightarrow x = \frac{3y}{y+2}$

Jadi $f^{-1}(x) = \frac{3x}{x+2}$

b. $(fof^{-1})(x) = \frac{2(\frac{3x}{x+2})}{3-\frac{3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{3(x+2)}{(x+2)}-\frac{3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{3x+6-3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{6}{x+2}} = \frac{6x}{6} = x$

$(f^{-1}of)(x) = \frac{3\,\frac{2x}{3-x}}{\frac{2x}{3-x}+2} = \frac{\frac{6x}{3-x}}{\frac{2x}{3-x}+\frac{2(3-x)}{3-x}} = \frac{\frac{6x}{3-x}}{\frac{6}{3-x}} = \frac{6x}{6} = x$

Pada pembahasan sebelumnya I(x) = x di sebut fungsi identitas.
Dari contoh di atas $f^{-1}$ fungsi invers dari f berlaku $(fof^{-1})(x) = (fof^{-1})(x) = I(x)$

**Menetukan Rumus Invers Fungsi Kuadrat.**

Coba Kalian simak masalah berikut.
Diketahui $f(x) = ax^2 + bx + c$. Tentukan $f^{-1}(x)$!

**Penyelesaiaan:**
Misal f(x) = y
$y = ax^2 + bx + c \leftrightarrow ax^2 + bx = y - c$ (kedua ruas datambah (-c))

$\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{y-c}{a}$ (Kedua rua dikali $\frac{1}{a}$)

$\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{y-c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

(kedua ruas ditambah $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ agar ruas kiri bisa membentuk kuadrat sempurna)

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{y-c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{y-c}{a} + \frac{b^2}{4a}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4a(y-c)}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4ay-4ac+b^2}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4ay+b^2-4ac}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a}) = \pm\sqrt{\frac{4ay+b^2-4ac}{4a^2}}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a}) = \pm\frac{1}{2a}\sqrt{4ay + b^2 - 4ac}$

$\leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a}\sqrt{4ay + b^2 - 4ac}$

$\leftrightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$

Jadi $f^{-1}(x) = x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$

**Catatan:**
$f^{-1}(x) = x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$ akan menjadi fungsi invers jika dibatasi $x \geq -\frac{-b}{2a}$

**Rumus Umum Invers Fungsi dalam Bentuk Akar.**

**Contoh 12:**
Tentukan invers dari $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$

**Penyelesaian :**
Misal $f(x)$ = $y$ maka dapat dijabarkan $y = \sqrt[n]{ax+b}$

$\leftrightarrow y = \sqrt[n]{ax+b} = (ax+b)^{\frac{1}{n}}$
$\leftrightarrow y^n = ax + b$ (Kedua ruas dipangkatkan dengan n)
$\leftrightarrow ax = y^n - b$ (Kedua ruas ditambah dengan –b)
$\leftrightarrow x = \frac{y^n - b}{a}$
$\leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{y^n - b}{a}$
$\leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a}$
Jadi jika $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a}$

## C. Rangkuman

1. Pengertian Fungsi Invers:
   Jika fungsi $f : A \to B$ yang mempunyai peta $f(a) = b$ maka invers $f$ adalah fungsi $g : B \to A$ dengan peta $g(b) = a$.
2. Teorema fungsi invers:
   Bila $f : A \to B$ adalah fungsi bijektif maka invers fungsi $f$ yaitu $f^{-1} : B \to A$ juga merupakan fungsi bijektif
3. Fungsi Invers dari Fungsi Komposisi
   - $(gof)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$
   - $(hogof)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1})(x)$
4. Jika $f(x) = ax^2 + bx + c$, maka $f^{-1}(x) = x = \frac{-b \pm \sqrt{4ay + b^2 - 4ac}}{2a}$ akan menjadi fungsi invers jika dibatasi $x \geq -\frac{-b}{2a}$
5. Jika $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a}$

## D. Latihan Soal

Untuk meningkatkan pemahaman, coba Kalian kerjakan latihan soal berikut, kemudian cocokkan jawaban Kalian dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Jangan melihat kunci dulu sebelum Kalian mengerjakan.

1. Diketahui $f(x) = \frac{5x-3}{x+2}$, $x \neq -2$ dan $g(x) = 6x - 2$, tentukan:
   a. $f^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$
   b. $(fog)^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$

2. Diketahui $(x)$ = $3x$ + 2 dan $(gof)(x)$ = $6x$ - 4 . Tentukan
   a. $g^{-1}(x)$
   b. Nilai $g^{-1}(2)$
3. Diketahui f(x) = $4x^2$ – 16x + 25, $x \in R$. Tentukan:
   a. $f^{-1}(x)$
   b. Syarat agar $f^{-1}(x)$ menjadi fungsi invers.
4. Tentukan invers dari:
   a. $f(x) = \sqrt{x+6}$
   b. $\sqrt[3]{2x-5}$
5. Jumlah produksi makanan ringan dari suatu pabrik per hari mengikuti fungsi f(x) = $x^2$ + 300 dengan x adalah banyaknya bahan baku yang diperlukan (dalam kg)

   a. Tentukan banyaknya makanan ringan yang dapat dihasilkan dari bahan baku sebanyak 50kg.
   b. Tentukan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk menghasilkan makanan ringan sebanyak 10.300 buah