

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

### SISTEM PERTIDAKSAMAAN DUA VARIABEL LINEAR-KUADRAT

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. Menjelaskan definisi dan bentuk umum sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat.
2. Menjelaskan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat.
3. Menyatakan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari ke dalam bentuk sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat.
4. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat.

#### B. Uraian Materi

##### 1. Definisi dan Bentuk Umum

Peserta didik sekalian, masih ingatkah kalian dengan materi sistem persamaan linear tiga variabel pada modul sebelumnya? Pasti masih ingat bukan? Kalian dapat sampai ke modul ini berarti kalian telah melewati kegiatan pembelajaran di modul sebelumnya dengan baik. Mengapa kalian harus mengingat kembali materi tersebut? Karena materi yang akan kalian pelajari di modul ini sangat berkaitan dengan materi sistem persamaan linear tiga variabel. Bagaimana keterkaitannya? Pasti kalian penasaran bukan? Untuk menjawab rasa penasaran kalian silahkan menyimak uraian berikut.

Sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat atau SPtDVLK adalah kumpulan beberapa pertidaksamaan yang sedikitnya memuat satu pertidaksamaan linear dan satu pertidaksamaan kuadrat dua variabel. Bentuk umum SPtDVLK adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} y * ax + b \\ y * px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan * adalah tanda pertidaksamaan } (<, >, \leq, \geq)$$

Keterangan:

- Variabel adalah x dan y
- Koefisien adalah a, p dan q
- Konstanta adalah b dan r

Contoh: bentuk-bentuk sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat:

$$\text{i. } \begin{cases} y \geq 3x + 6 \\ y \leq x^2 + 5x + 6 \end{cases}$$

$$\text{ii. } \begin{cases} y + 9 \geq 3x \\ y \leq x^2 - x - 6 \end{cases}$$

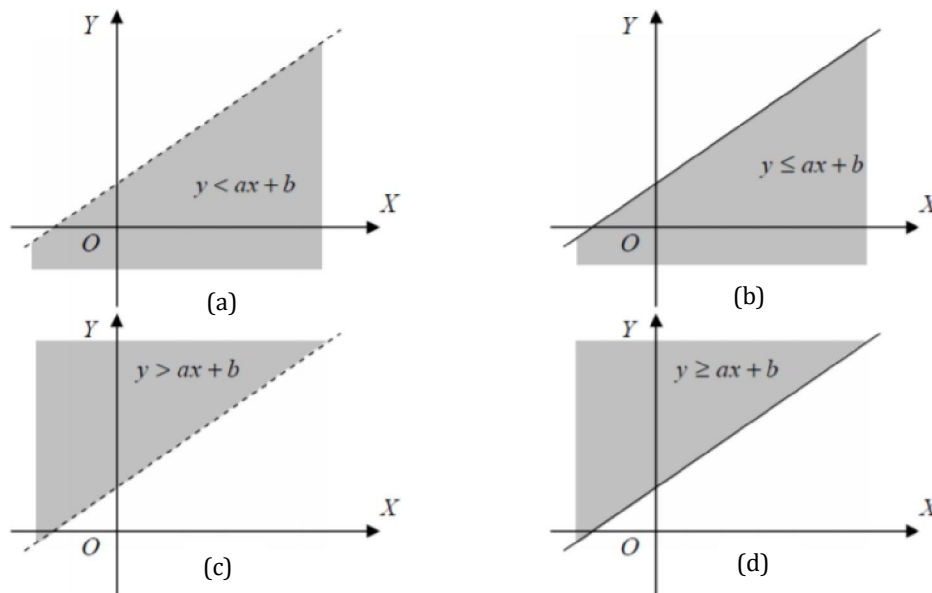
Apakah kalian sudah mulai memahami konsep sistem pertidaksamaan linear kuadrat? Jika belum kalian dapat mengulang kembali membaca materi tersebut. Tetap semangat dan jangan cepat putus asa ya.

## 2. Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Dua Variabel linear-kuadrat

### 1) Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Peserta didik sekalian, setelah kalian mempelajari dan memahami definisi serta bentuk sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat atau SPtDVLK maka kalian dapat melanjutkan ke materi penyelesaian SPtDVLK. Namun sebelumnya kalian harus mampu menentukan daerah himpunan penyelesaian dari suatu pertidaksamaan linier dua variabel dan daerah himpunan penyelesaian dari suatu pertidaksamaan kuadrat dua variabel.

Grafik pertidaksamaan linier dua variabel adalah himpunan semua titik pada sistem koordinat Kartesius yang memenuhi sistem tersebut. Grafik ini biasanya digambarkan sebagai suatu daerah yang diarsir pada sistem koordinat yang dinamakan daerah himpunan penyelesaian. Salah satu cara untuk menentukan daerah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel adalah dengan menggunakan metode grafik. Pada gambar diperlihatkan berbagai tipe grafik atau daerah himpunan penyelesaian dari suatu pertidaksamaan linier dua variabel.



Gambar 1. Berbagai Tipe Daerah Himpunan Penyelesaian dari Suatu PtLDV

(Sumber: <https://smazapo.sch.id/UKBM/>)

Jika garis  $y = ax + b$  sebagai garis batas tidak termasuk pada daerah himpunan penyelesaiannya (daerah yang diarsir), maka garis ini digambarkan terputus-putus (Gambar 1 (a) dan (c)). Tetapi jika garis  $y = ax + b$  sebagai garis batas termasuk dalam daerah himpunan penyelesaiannya (daerah yang diarsir), maka garis ini digambarkan dengan garis yang tidak terputus-putus (Gambar 1 (b) dan (d)).

Peserta didik sekalian, apakah kalian semakin paham? Untuk lebih jelasnya cermati contoh soal berikut ini.

Contoh:

Tentukan grafik atau daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variabel  $x - 2y \leq -2$ .

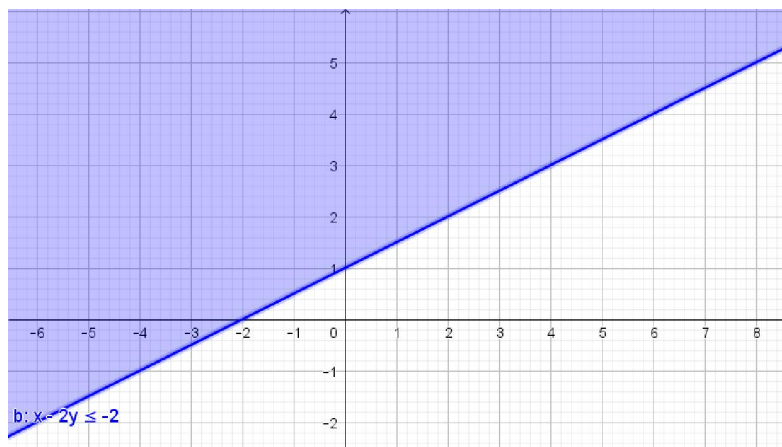
Alternatif Penyelesaian:

Terdapat beberapa langkah untuk menggambar daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variabel  $x - 2y \leq -2$ , ialah sebagai berikut.

1. Terlebih dahulu menggambar garis  $x - 2y = -2$ .
2. Buatlah tabel nilai-nilai  $x - 2y = -2$  atau  $x = 2y - 2$ .

|       |         |        |
|-------|---------|--------|
| x     | - 2     | 0      |
| y     | 0       | 1      |
| (x,y) | (-2, 0) | (0, 1) |

3. Pilih sembarang titik, misal (0,0), substitusikan ke pertidaksamaan  $x - 2y \leq -2$ , diperoleh  $0 < -2$  (tidak memenuhi) sehingga titik (0,0) tidak terletak di daerah penyelesaian.
4. Garisnya tidak putus-putus karena memuat tanda sama dengan (=).
5. Langkah berikutnya adalah menentukan daerah mana yang termasuk dalam daerah  $x - 2y \leq -2$  dengan memberikan arsiran pada daerah tersebut.



Gambar 2. Daerah Himpunan Penyelesaian PtLDV  $x - 2y \leq -2$

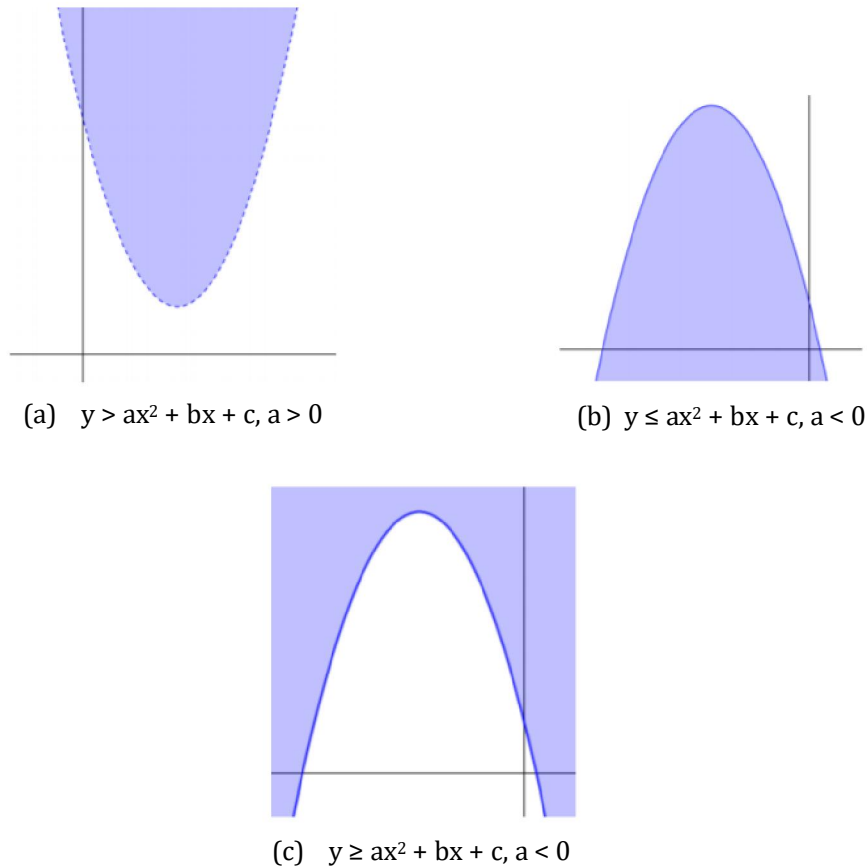
Bagaimana, mudah bukan untuk menggambar daerah himpunan penyelesaian PtLDV? Jika kalian belum memahami dengan baik, silahkan mengulang kembali mempelajari materi PtLDV. Untuk menambah wawasan kalian dapat mencari referensi dari sumber bacaan lain.

## 2) Penyelesaian Pertidaksamaan Kuadrat Dua Variabel

Peserta didik sekalian, setelah kalian mempelajari dan memahami penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel (PtLDV) maka kalian dapat melanjutkan ke materi penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dua variabel (PtKDV). Selanjutnya kalian dapat melanjutkan menentukan daerah himpunan penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan linier kuadrat dua variabel (SPtDVLK).

Grafik pertidaksamaan kuadrat dua variabel adalah himpunan semua titik pada sistem koordinat Kartesius yang memenuhi sistem tersebut. Grafik ini biasanya digambarkan sebagai suatu daerah yang diarsir pada sistem koordinat yang dinamakan daerah

himpunan penyelesaian. Pada gambar diperlihatkan berbagai model-model daerah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dua variabel.



Gambar 3. Beberapa Model Daerah Himpunan Penyelesaian dari Suatu PtKDV  
(Sumber: <https://smazapo.sch.id/UKBM/>)

Peserta didik sekalian, apakah kalian semakin paham? Untuk lebih jelasnya cermati contoh soal berikut ini.

Contoh:

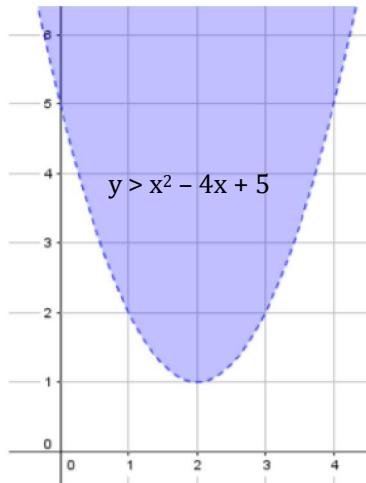
Tentukan grafik atau daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat dua variabel  $y > x^2 - 4x + 5$ .

Alternatif Penyelesaian:

Terdapat beberapa langkah untuk menggambar daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat dua variabel  $y > x^2 - 4x + 5$ , ialah sebagai berikut.

1. Tentukan arah kurva terbuka ke atas atau ke bawah di lihat dari koefisien  $x^2$ , karena  $a > 0$  maka kurva terbuka ke atas.
2. Sketsa, tentukan titik potong dengan sumbu  $x$  jika ada, karena  $D < 0$ , maka kurva tidak memiliki titik potong dengan sumbu  $x$ .
3. Tentukan titik puncak dari kurva.

$$\begin{aligned}(x_p, y_p) &= \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) \\ &= \left(-\frac{(-4)}{2}, -\frac{(-4)}{4}\right) \\ &= (2, 1)\end{aligned}$$

Gambar 4. Daerah Himpunan Penyelesaian PtKDV  $y > x^2 - 4x + 5$ 

Bagaimana, mudah bukan untuk menggambar daerah himpunan penyelesaian PtKDV? Jika kalian belum memahami dengan baik, silahkan mengulang kembali mempelajari materi PtKDV. Jangan lupa untuk selalu menambah wawasan kalian dengan mencari referensi dari sumber lain.

### 3) Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Dua Variabel linear-kuadrat

Peserta didik sekalian, bagaimana dengan materi sebelumnya? Sangat menantang bukan? Apakah kalian semakin penasaran? Baiklah, selanjutnya kita akan mempelajari penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat (SPtDVLK). Metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat adalah metode grafik. Grafik sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat adalah himpunan semua titik pada sistem koordinat Kartesius yang memenuhi sistem tersebut. Grafik ini biasanya digambarkan sebagai suatu daerah yang diarsir pada sistem koordinat yang dinamakan daerah himpunan penyelesaian. Agar lebih jelas, cermati contoh soal berikut.

Contoh:

Tentukan grafik atau daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel (linier-kuadrat)  $\begin{cases} -x + y \leq 1 \\ y \geq x^2 - 4x + 1 \end{cases}$

Alternatif Penyelesaian:

Dengan menerapkan langkah-langkah menentukan daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linier dan pertidaksamaan kuadrat dua variabel diperoleh:

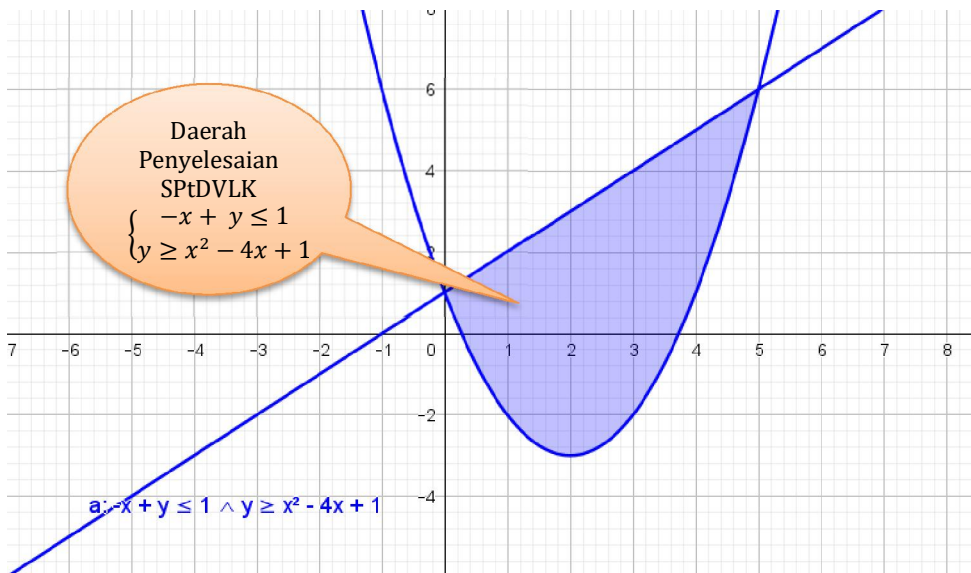
1. Terlebih dahulu menggambar garis  $-x + y = 1$ .
2. Buatlah tabel nilai-nilai  $-x + y = 1$ .
 

|       |         |        |
|-------|---------|--------|
| x     | -1      | 0      |
| y     | 0       | 1      |
| (x,y) | (-2, 0) | (0, 1) |
3. Pilih sembarang titik, misal (0,0), substitusikan ke pertidaksamaan  $-x + y \leq 1$ , diperoleh  $0 < 1$  (memenuhi) sehingga titik (0,0) terletak di daerah penyelesaian.
4. Garisnya tidak putus-putus karena memuat tanda sama dengan (=).

5. Langkah berikutnya adalah menentukan daerah mana yang termasuk dalam daerah  $-x + y \leq 1$  dengan memberikan arsiran pada daerah tersebut.
6. Menentukan titik potong dengan sumbu  $x$ ,  $y = 0$  untuk  $y = x^2 - 4x + 1$ , diperoleh  $(0,26;0)$  dan  $(3,72;0)$
7. Menentukan titik potong dengan sumbu  $y$ ,  $x = 0$  untuk  $y = x^2 - 4x + 1$ , diperoleh  $(0, 1)$ .
8. Tentukan titik kurva  $y = x^2 - 4x + 1$ , diperoleh
 
$$(x_p, y_p) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$$

$$= \left(-\frac{(-4)}{2}, -\frac{12}{4}\right)$$

$$= (2, -3)$$
9. Karena  $a > 0$  maka kurva terbuka ke atas, sehingga daerah arsiran untuk  $y = x^2 - 4x + 1$  ada di dalam parabola.
10. Irisan daerah penyelesaian dari  $-x + y \leq 1$  dan  $y \geq x^2 - 4x + 1$  diperlihatkan oleh gambar yang diarsir.



Cukup menantang bukan? Menurut kalian permasalahan apa dalam kehidupan sehari-hari yang membutuhkan penerapan SPtDVLK? Mengapa? Nah agar kalian lebih termotivasi lagi mempelajari materi ini, silahkan mengerjakan soal-soal latihan di bawah ini.

### C. Rangkuman

1. Sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat (SPtDVLK) adalah kumpulan beberapa pertidaksamaan yang sedikitnya memuat satu pertidaksamaan linear dan satu pertidaksamaan kuadrat dua variabel.
2. Bentuk umum SPtDVLK adalah sebagai berikut.
 
$$\begin{cases} y * ax + b \\ y * px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan * adalah tanda pertidaksamaan } (<, >, \leq, \geq)$$

## D. Latihan Soal

### Soal Essay

1. Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan  $2x + 3y \geq 12$  dan  $y \leq -x^2 + 2x + 8$  pada bidang kartesius.
2. Pada harga Rp  $s$  per satuan, departemen pemasaran dalam suatu perusahaan tekstil memperkirakan bahwa biaya mingguan  $B$  dan pendapatan  $P$  akan diberikan persamaan-persamaan di bawah ini:  
 $P = 20 - s$  (dalam ribuan rupiah)  $\rightarrow$  persamaan biaya produksi  
 $B = 6s - 0.5s^2$  (dalam ribuan rupiah)  $\rightarrow$  persamaan pendapatan  
Pertanyaan:
  - a. Dalam kondisi bagaimanakah perusahaan memperoleh keuntungan?
  - b. Berapa harga satuan yang akan membuat perusahaan memperoleh keuntungan?

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

### SISTEM PERTIDAKSAMAAN DUA VARIABEL KUADRAT-KUADRAT

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. Menjelaskan definisi dan bentuk umum sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat.
2. Menjelaskan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat.
3. Menyatakan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari ke dalam bentuk sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat.
4. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat.

#### B. Uraian Materi

##### 1. Definisi dan Bentuk Umum

Peserta didik sekalian, setelah kalian mempelajari SPtDVLK maka kalian pasti akan lebih mudah untuk mempelajari materi sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat atau SPtDVKK. Mengapa demikian? Hal ini dikarenakan bentuk umum pertidaksamaannya hampir menyerupai satu dengan yang lain. Yang membedakan adalah SPtDVLK salah satu pertidaksamaannya berbentuk PtLDV sedangkan SPtDVKK semua pertidaksamaannya berbentuk PtKDV. Pasti kalian tertarik bukan untuk mempelajari materi SPtDVKK lebih lanjut. Untuk memenuhi rasa penasaran kalian silahkan mencermati uraian materi berikut.

Sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat atau SPtDVKK adalah kumpulan beberapa pertidaksamaan yang memuat lebih dari satu pertidaksamaan kuadrat dua variabel. Sehingga bentuk umumnya adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} y * ax^2 + bx + c \\ y * px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan * adalah tanda pertidaksamaan } (<, >, \leq, \geq)$$

Keterangan:

- Variabel adalah x dan y
- Koefisien adalah a, b, p dan q
- Konstanta adalah c dan r

Contoh: bentuk-bentuk sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat:

$$\text{i. } \begin{cases} y \geq 3x^2 + 6x \\ y \leq x^2 + 5x + 6 \end{cases}$$

$$\text{ii. } \begin{cases} y + 12 \geq 3x^2 \\ y \geq x^2 - x - 6 \end{cases}$$



Apakah kalian sudah mulai memahami konsep sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat? Jika belum kalian dapat mengulang kembali membaca materi tersebut. Tetap semangat dan jangan cepat putus asa ya.

## 2. Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Dua Variabel Kuadrat-Kuadrat

Kalian telah mempelajari cara menggambar daerah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dua variabel. Setelah kalian mampu menentukan daerah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dua variabel, silahkan melanjutkan mempelajari cara menentukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat. Untuk menyelesaikan sistem pertidaksamaan tersebut, langkah-langkah yang perlu dilakukan adalah sebagai berikut. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat adalah metode grafik.

1. Menggambar daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan dalam sistem tersebut.
2. Mengarsir daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan, yaitu dengan daerah yang merupakan irisan dari daerah penyelesaian semua pertidaksamaan dalam sistem tersebut.

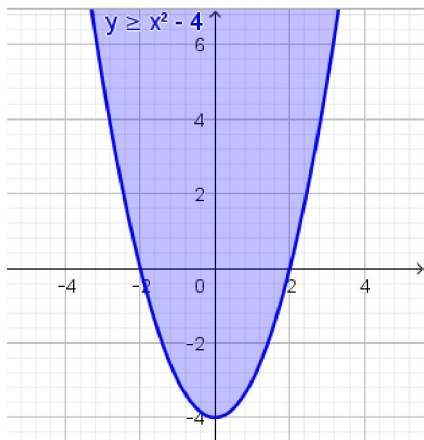
Contoh:

Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan  $y \geq x^2 - 4$  dan  $y < -x^2 - x + 2$ !

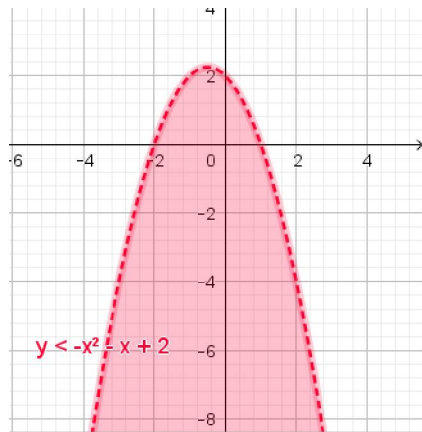
Alternatif Penyelesaian:

Langkah-langkah:

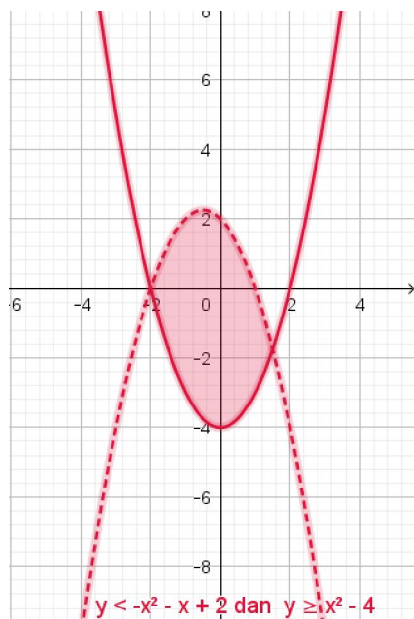
1. Menggambar daerah penyelesaian pertidaksamaan  $y \geq x^2 - 4$  sebagai berikut.



2. Menggambar daerah penyelesaian pertidaksamaan  $y < -x^2 - x + 2$  sebagai berikut.



3. Menentukan irisan dari dua daerah himpunan di atas



4. Daerah yang diarsir pada gambar di atas merupakan daerah penyelesaian yang dimaksud.

Kalian dapat memahami penjelasan di atas bukan? Menurut kalian di mana letak kesulitan dalam menentukan penyelesaian SPtDVKK? Ya, umumnya kesulitan terletak pada teknik menggambar grafik pertidaksamaan kuadrat dua variabel, oleh karena itu kalian harus sering berlatih menggambar grafik tersebut. Kalian harus yakin bahwa semakin banyak berlatih akan meningkatkan ketrampilan kalian dalam menggambar grafik pertidaksamaan kuadrat dua variabel. Untuk itu silahkan melatih diri kalian dengan mengerjakan soal-soal latihan di bawah ini.

### C. Rangkuman

1. Sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat (SPtDVKK) adalah kumpulan beberapa pertidaksamaan yang sedikitnya memuat satu pertidaksamaan linear dan satu pertidaksamaan kuadrat dua variabel.
2. Bentuk umum SPtDVKK adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} y * ax^2 + bx + c \\ y * px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan * adalah tanda pertidaksamaan } (<, >, \leq, \geq)$$

### D. Latihan Soal

#### Soal Essay

1. Dari dua sistem pertidaksamaan berikut, manakah yang berbentuk sistem pertidaksamaan dua variabel kuadrat-kuadrat atau disebut SPtDVKK? Mengapa?
  - (a)  $\begin{cases} y \leq x^2 - 9 \\ y > 3x + 6 \end{cases}$
  - (b)  $\begin{cases} y \leq x^2 - 8 \\ y > 2x^2 - 1 \end{cases}$
2. Diberikan SPtDVKK berikut  $\begin{cases} y \leq 2x^2 - 3x - 5 \\ y > x^2 - 1 \end{cases}$ . Apakah titik  $(-3, 10)$  merupakan salah satu penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut? Berikanlah penjelasan yang logis!
3. Tentukan daerah penyelesaian dari  $y > x^2 - 9$  dan  $y \leq -x^2 + 6x - 8$ .
4. Berat badan ideal seseorang bergantung pada tinggi bandannya. Seseorang dikatakan memiliki berat badan ideal jika berat badan  $W$  (dalam kg) orang tersebut kurang dari atau sama dengan  $1/30$  kali kuadrat tinggi badan  $h$  (dalam cm) orang tersebut ditambah 10 dan lebih dari  $1/20$  kali kuadrat tinggi badan orang tersebut dikurangi 10. Nyatakan permasalahan tersebut dalam sistem pertidaksamaan dua variabel, kemudian tentukan daerah penyelesaiannya.