

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

BENTUK PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL (PLTV)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. Memahami konsep persamaan linear tiga variabel dan penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari.
2. Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

B. Uraian Materi

Bentuk Umum SPLTV

Peserta didik sekalian, sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan sistem persamaan yang disusun oleh tiga persamaan linear dengan tiga variabel yang sama. Seperti halnya sistem persamaan linear satu variabel dan dua variabel yang telah kalian pelajari sebelumnya, sistem persamaan linear tiga variabel juga dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. SPLTV dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai masalah kontekstual yang berkaitan dengan permodelan secara matematis. Untuk lebih jelasnya marilah kita menyimak ilustrasi berikut.



Gambar 1. Ilustrasi Kios Buah

(Sumber: <https://ezhpe.files.wordpress.com/2013/02/jual-buah.jpg>)

Seorang pedagang buah hendak memenuhi persediaan buah di kiosnya. Berdasarkan penjualan sehari-hari ada tiga jenis buah yang banyak dicari oleh pembeli, yaitu buah nanas, pisang, dan mangga. Namun karena keterbatasan modal dia tidak dapat sekaligus

membeli buah-buahan yang banyak diminati tersebut. Oleh karenanya pedagang tersebut hanya dapat membeli jika modal sudah terkumpul. Hari pertama modal yang terkumpul adalah Rp 2.640.000,00 sehingga pedagang tersebut dapat membeli 3 dus buah nanas, 2 dus buah pisang, dan 5 dus buah mangga. Untuk hari kedua pedagang tersebut memperoleh modal Rp 1.510.000,00 dan dapat membeli 1 dus buah nanas, 3 dus buah pisang, serta 2 dus buah mangga. Sedangkan untuk hari ketiga dengan modal Rp 2.750.000,00 pedagang tersebut dapat membeli 4 dus buah nanas, 5 dus buah pisang, dan 3 dus buah mangga. Jika variabel x menunjukkan harga per dus buah nanas, variabel y menunjukkan harga per dus buah pisang dan variabel z menunjukkan harga per dus buah mangga. Bagaimana persamaan matematis yang dapat kalian bentuk dari permasalahan ini? Silahkan kalian menyimak penjelasan berikut ini.

Untuk menyelesaikan masalah kontekstual di atas, variabel x , y dan z sudah menunjukkan harga per dus buah masing-masing. Jika diuraikan:

x = harga per dus buah nanas

y = harga per dus buah pisang

z = harga per dus buah mangga

Maka, persamaan yang terbentuk

$$\text{Hari pertama} : 3x + 2y + 5z = 2640000 \quad \text{persamaan (1)}$$

$$\text{Hari kedua} : x + 3y + 2z = 1510000 \quad \text{persamaan (2)}$$

$$\text{Hari ketiga} : 4x + 5y + 3z = 2750000 \quad \text{persamaan (3)}$$

Ketiga persamaan tersebut adalah persamaan matematis yang dapat terbentuk dari permasalahan pedagang buah di atas. Dari ilustrasi tersebut dapat dibuat sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV).

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Peserta didik sekalian, mudah bukan? Apakah kalian sudah memahami penjelasan di atas? Jika sudah marilah kita menyimpulkan materi yang telah dipelajari dalam kesimpulan di bawah ini. Kesimpulan bentuk umum dari persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

Sedangkan bentuk umum dari SPLTV adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Keterangan:

- Variabel adalah x , y dan z
- Koefisien adalah $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$
- Konstanta adalah d_1, d_2, d_3

Jika d_1, d_2, d_3 masing-masing bernilai nol, maka dinamakan sistem persamaan linear homogen, sedangkan jika tidak semuanya bernilai nol, maka sistem persamaan linearnya dinamakan sistem persamaan linear nonhomogen. Sekarang kalian pasti bertanya-tanya apa itu sistem persamaan linear homogen dan non homogen? Untuk menjawab rasa penasaran kalian silahkan membaca berbagai sumber bacaan tentang sistem persamaan linear homogen dan nonhomogen. Kegiatan membaca ini pasti sangat menarik karena sekaligus dapat meningkatkan kemampuan literasi kalian, betul demikian bukan?

Jika $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$ memenuhi sistem persamaan tersebut, maka akan berlaku hubungan:

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_1 \\ a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_2 \\ a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_3 \end{cases}$$

Pasangan berurutan (x_0, y_0, z_0) disebut penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel dan $\{(x_0, y_0, z_0)\}$ disebut himpunan penyelesaian.

Berdasarkan pemaparan di atas beberapa *langkah dalam menyusun model matematika yang berbentuk SPLTV* adalah sebagai berikut.

1. Menyatakan atau menerjemahkan masalah ke dalam bahasa yang mudah dipahami. Ini adalah problem real.
2. Mengidentifikasi berbagai konsep matematika dan asumsi yang digunakan dan berkaitan dengan masalah. Ini adalah problem matematika.
3. Merumuskan model matematika atau kalimat matematika yang berkaitan dengan masalah. Ini adalah proses matematisasi.
4. Merumuskan SPLTV yang merupakan model matematika dari masalah tersebut.

Contoh 1:

Jika umur ibu, 5 tahun yang akan datang mempunyai umur 3 tahun kurangnya dari 10 kali lipat umur adik yang paling kecil. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk persamaan matematika!

Alternatif Penyelesaian:

- ✓ Permasalahan di atas adalah umur ibu dan adik yang paling kecil. (Ini adalah **problem real**).
- ✓ Untuk menyederhanakan dan memudahkan langkah-langkah penyelesaiannya, maka digunakan permisalan. (Ini adalah **problem matematika**).

Misalkan: x = umur ibu
 y = umur adik

- ✓ Persamaan matematikanya menjadi (Ini adalah **proses matematisasi**):

$$x + 5 = 10y - 3$$

Contoh 2:

Masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari gajah, badak, dan kerbau apabila dijumlahkan adalah 1.520 hari. Masa kehamilan badak adalah 58 hari lebih lama daripada kerbau. Dua kali masa kehamilan kerbau kemudian dikurangi 162 merupakan masa kehamilan gajah. Buatlah sistem persamaan linear tiga variabel dari informasi tersebut!

Alternatif Penyelesaian:

- ✓ Permasalahan di atas adalah masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari gajah, badak, dan kerbau. (Ini adalah **problem real**).
- ✓ Untuk menyederhanakan dan memudahkan langkah-langkah penyelesaiannya, maka digunakan permisalan. (Ini adalah **problem matematika**).

Misalkan: p = masa kehamilan gajah

q = masa kehamilan badak

r = masa kehamilan kerbau

- ✓ Persamaan matematikanya menjadi (Ini adalah proses matematisasi):

$$p + q + r = 1520 \quad p + q + r = 1520 \quad \text{persamaan (1)}$$

$$q = r + 58 \quad q - r = 58 \quad \text{persamaan (2)}$$

$$2r - 162 = p \quad -p + 2r = 162 \quad \text{persamaan (3)}$$

- ✓ SPLTV nya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dari dua contoh di atas, dapatkan kalian mencari contoh-contoh lain penerapan SPLTV dalam kehidupan sehari-hari. Menurut kalian apakah SPLTV bermanfaat untuk dipelajari? Mengapa?

C. Rangkuman

- Persamaan linear tiga variabel merupakan persamaan linear yang memiliki atau memuat 3 jenis variabel. Bentuk umum persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai $ax + by + cz = d$, di mana a, b, c konstan dengan a, b , dan c tidak keduanya nol.
- Dua atau lebih persamaan linear tiga variabel dengan jenis variabel yang sama dapat membentuk sistem persamaan linear tiga variabel. Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
- Pasangan terurut (a, b, c) adalah penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel apabila nilai a, b dan c disubstitusikan ke dalam setiap persamaan menghasilkan pernyataan yang benar.

D. Latihan Soal

Soal Pilihan Ganda

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

- Rani hendak membeli beberapa jenis buah-buahan yaitu, 5 kg buah apel, 2 kg buah jeruk dan 3 kg buah anggur dengan uang sebesar Rp 125.000,00. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk persamaan matematis.
 - $5x + 2y + 3z = 125000$
 - $125000 + 5x + 2y + 3z = 0$
 - $5x + 2y = 125000 + 3z$
 - $5x = 125000 + 2y + 3z$
 - $5x + 3z = 125000 + 2y$
- Yang merupakan bentuk persamaan linear tiga variabel adalah...
 - $2y + y + 8 = 16$
 - $3x + 2y = -z$
 - $x + y + 5y = 20$

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

METODE PENYELESAIAN DAN PENERAPAN SPLTV

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik:

1. Terampil melakukan operasi aljabar yang melibatkan sistem persamaan linear tiga variabel serta penggunaannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari.
2. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

B. Uraian Materi

1. Metode Penyelesaian SPLTV

Para peserta didik sekalian, tentu kalian ingat dengan ilustrasi penjual buah yang telah dipelajari pada Kegiatan Pembelajaran 1. Apakah kalian merasa bahwa materi yang dipelajari pada Kegiatan Pembelajaran 1 belum lengkap? Jika iya, apakah kalian tahu penyebabnya? Ya, betul sekali pada Kegiatan Pembelajaran 1 kalian belum mempelajari bagaimana mencari penyelesaian dari SPLTV. Pasti kalian sudah penasaran bukan? Baiklah mari kita melanjutkan pada Kegiatan Pembelajaran 2.

Pada Kegiatan Pembelajaran 2 ini kalian akan mempelajari metode atau teknik dalam menyelesaikan SPLTV. Kita akan mulai dengan melanjutkan mencari penyelesaian permasalahan penjual buah. Tentu kalian masih ingat bukan masalah yang dihadapi oleh penjual buah tersebut?

Ilustrasi masalah di kios buah. Seorang pedagang buah hendak memenuhi persediaan buah di kiosnya. Berdasarkan penjualan sehari-hari ada tiga jenis buah yang banyak dicari oleh pembeli, yaitu buah nanas, pisang, dan mangga. Namun karena keterbatasan modal dia tidak dapat sekaligus membeli buah-buahan yang banyak diminati tersebut. Oleh karenanya pedagang tersebut hanya dapat membeli jika modal sudah terkumpul. Hari pertama modal yang terkumpul adalah Rp 2.640.000,00 sehingga pedagang tersebut dapat membeli 3 dus buah nanas, 2 dus buah pisang, dan 5 dus buah mangga. Untuk hari kedua pedagang tersebut memperoleh modal Rp 1.510.000,00 dan dapat membeli 1 dus buah nanas, 3 dus buah pisang, serta 2 dus buah mangga. Sedangkan untuk hari ketiga dengan modal Rp 2.750.000,00 pedagang tersebut dapat membeli 4 dus buah nanas, 5 dus buah pisang, dan 3 dus buah mangga. Variabel x menunjukkan harga per dus buah nanas, variabel y menunjukkan harga per dus buah pisang dan variabel z menunjukkan harga per dus buah mangga. Untuk merapikan pembukuan keuangannya penjual buah harus membuat laporan pengeluaran setiap hari. Jika pengeluaran yang ditulis pada pembukuan dinyatakan dalam satuan dus, apa yang harus dilakukan oleh penjual buah tersebut? Dapatkah kalian membantu penjual buah menyelesaikan laporan keuangannya? Untuk membantu penjual buah menyelesaikan masalahnya, silahkan menyimak penjelasan berikut ini.

Hal pertama yang harus dilakukan oleh penjual buah tersebut adalah menentukan harga per dus buah nanas, pisang, dan mangga. Bagaimana caranya? Apakah kalian tahu?

Ada beberapa metode untuk menentukan penyelesaian SPLTV. Pada kegiatan kali ini ada tiga metode yang dapat dipelajari, ialah sebagai berikut.

1. Metode Substitusi
2. Metode Eliminasi
3. Metode Substitusi dan Eliminasi (Campuran)

Berikut adalah penjelasan dari ketiga metode penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV).

1. Metode Substitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi, digunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- Langkah 1
Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana kemudian nyatakan salah satu variabel ke dalam dua variabelnya lainnya. Misalkan dipilih persamaan linear kedua dan kita nyatakan x ke dalam variabel y dan z.
- Langkah 2
Substitusikan/masukkan persamaan di langkah 1 kedalam kedua persamaan yang lain sehingga terbentuk sistem persamaan linear dua variabel yang baru.
- Langkah 3
Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang baru untuk menentukan nilai y dan z. Substitusikan kedua nilai ini untuk menentukan nilai x sehingga diperoleh penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode substitusi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 5z &= 2640000 \dots\dots\dots(1) \\ x + 3y + 2z &= 1510000 \dots\dots\dots(2) \\ 4x + 5y + 3z &= 2750000 \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

Persamaan (2) diubah kedalam fungsi y dan z, diperoleh:

$$x = 1510000 - 3y - 2z \dots\dots\dots(4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1), diperoleh:

$$\begin{aligned} 3(1510000 - 3y - 2z) + 2y + 5z &= 2640000 \\ 4530000 - 9y - 6z + 2y + 5z &= 2640000 \\ - 7y - z &= - 1890000 \\ 7y + z &= 1890000 \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (3), diperoleh:

$$\begin{aligned} 4(1510000 - 3y - 2z) + 2y + 5z &= 2750000 \\ 6040000 - 12y - 8z + 2y + 5z &= 2750000 \\ - 7y - 5z &= - 3290000 \\ 7y + 5z &= 3290000 \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

Persamaan (5) diubah kedalam fungsi y , diperoleh:

$$z = 1890000 - 7y \dots\dots\dots(7)$$

Substitusikan persamaan (7) ke persamaan (6), diperoleh:

$$\begin{aligned} 7y + 5(1890000 - 7y) &= 3290000 \\ 7y + 9450000 - 35y &= 3290000 \\ -28y &= -6160000 \\ y &= \frac{-6160000}{-28} \\ y &= 220000 \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (8) ke persamaan (7), diperoleh:

$$\begin{aligned} z &= 1890000 - 7(220000) \\ z &= 1890000 - 1540000 \\ z &= 350000 \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (8) dan (9) ke persamaan (4), diperoleh:

$$\begin{aligned} x &= 1510000 - 3(220000) - 2(350000) \\ x &= 1510000 - 660000 - 700000 \\ x &= 1510000 - 1360000 \\ x &= 150000 \end{aligned}$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh $x = 150000$, $y = 220000$, dan $z = 350000$. Jika dikembalikan ke permasalahan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per dus buah mangga adalah Rp 350.000,00. Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode substitusi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya.

2. Metode Eliminasi

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan SPLTV dengan metode eliminasi adalah sebagai berikut.

- **Langkah 1:**
Pilih persamaan yang memuat bentuk variabel yang paling sederhana. Eliminasi atau hilangkan salah satu variabel (misal x) sehingga diperoleh sistem persamaan dua variabel.
- **Langkah 2:**
Eliminasi salah satu variabel dalam sistem persamaan dua variabel (misal y) sehingga diperoleh nilai salah satu variabel. Eliminasi variabel lainnya (yaitu z) untuk memperoleh nilai variabel yang kedua.
- **Langkah 3:**
Tentukan nilai variabel ketiga (yaitu x) berdasarkan nilai (y dan z) yang diperoleh.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.
Alternatif Penyelesaian:

$$3x + 2y + 5z = 2640000 \dots \dots \dots (1)$$

$$x + 3y + 2z = 1510000 \dots \dots \dots (2)$$

$$4x + 5y + 3z = 2750000 \dots \dots \dots (3)$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (1):

$$\begin{array}{r|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \times 3 \\ 3x + 2y + 5z = 2640000 & \times 1 \\ \hline & 3x + 9y + 6z = 4530000 \\ & 3x + 2y + 5z = 2640000 \quad - \\ \hline & 7y + z = 1890000 \dots \dots \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (3):

$$\begin{array}{r|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \times 4 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 & \times 1 \\ \hline & 4x + 12y + 8z = 6040000 \\ & 4x + 5y + 3z = 2750000 \quad - \\ \hline & 7y + 5z = 3290000 \dots \dots \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi variabel y menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{array}{r} 7y + z = 1890000 \\ 7y + 5z = 3290000 \quad - \\ \hline -4z = -1400000 \\ z = \frac{-1400000}{-4} \\ z = 350000 \end{array}$$

Eliminasi variabel z menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{array}{r|l} 7y + z = 1890000 & \times 5 \\ 7y + 5z = 3290000 & \times 1 \\ \hline & 35y + 5z = 9450000 \\ & 7y + 5z = 3290000 \quad - \\ \hline & 28y = 6160000 \\ & y = \frac{6160000}{28} \\ & y = 220000 \\ x = 1510000 - 3(220000) - 2(350000) \\ x = 150000 \end{array}$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh x = 150000, y = 220000, dan z = 350000. Jika dikembalikan ke permasalahan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per Poll Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode eliminasi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya. Bandingkan antara metode substitusi dan eliminasi, manakah di antara keduanya yang menurut kalian lebih mudah?

3. Metode Eliminasi – Substitusi (Campuran)

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode eliminasi, menggunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- Langkah 1
Pilihlah variabel mana dari persamaan yang mau dihilangkan atau dieliminasi, misalkan variabel x yang akan dieliminasi. Samakan koefisien x pada persamaan pertama dan persamaan kedua, dengan cara mengalikan persamaan dengan bilangan sehingga tetap ekuivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan kedua sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang pertama.
- Langkah 2
Samakan koefisien x pada persamaan pertama dan persamaan ketiga, dengan cara mengalikan persamaan dengan sebuah bilangan sehingga tetap ekuivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan ketiga sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang kedua.
- Langkah 3
Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang baru sehingga diperoleh nilai y dan z. Substitusikan nilai y dan x ke salah satu persamaan tiga variabel untuk memperoleh nilai x.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi – substitusi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 5z &= 2640000 \dots\dots\dots(1) \\ x + 3y + 2z &= 1510000 \dots\dots\dots(2) \\ 4x + 5y + 3z &= 2750000 \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (1):

$$\begin{array}{r} x + 3y + 2z = 1510000 \quad | \times 3 \\ 3x + 2y + 5z = 2640000 \quad | \times 1 \\ \hline 3x + 9y + 6z = 4530000 \\ 3x + 2y + 5z = 2640000 \quad - \\ \hline 7y + z = 1890000 \dots\dots\dots(4) \end{array}$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (3):

$$\begin{array}{r} x + 3y + 2z = 1510000 \quad | \times 4 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \quad | \times 1 \\ \hline 4x + 12y + 8z = 6040000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \quad - \\ \hline 7y + 5z = 3290000 \dots\dots\dots(5) \end{array}$$

Eliminasi variabel y menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{array}{r} 7y + z = 1890000 \\ 7y + 5z = 3290000 \quad - \\ \hline -4z = -1400000 \\ z = \frac{-1400000}{-4} \\ z = 350000 \dots\dots\dots(6) \end{array}$$

Substitusikan persamaan (6) ke persamaan (4), diperoleh:

$$\begin{aligned}
 7y + 350000 &= 1890000 \\
 7y &= 1890000 - 350000 \\
 7y &= 1540000 \\
 y &= \frac{1540000}{7} \\
 y &= 220000 \dots \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (6) dan (7) ke persamaan (2), diperoleh:

$$\begin{aligned}
 x &= 1510000 - 3(220000) - 2(350000) \\
 x &= 150000
 \end{aligned}$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh $x = 150000$, $y = 220000$, dan $z = 350000$. Jika dikembalikan ke permasalahan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per dus buah mangga adalah Rp 350.000,00. Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode eliminasi – substitusi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya. Bandingkan antara ketiga metode yang sudah kalian pelajari, manakah di antara ketiganya yang menurut kalian lebih mudah? Dalam kasus lain, dengan SPLTV yang sama, maka dapat dikatakan bahwa penyelesaian SPLTV adalah $(150000, 220000, \text{ dan } 350000)$. Sedangkan himpunan penyelesaian HP = $\{(150000, 220000, 350000)\}$.

2. Penerapan SPLTV

Peserta didik sekalian, bagaimana penjelasan tentang ketiga metode untuk menyelesaikan SPLTV? Cukup mudah bukan? Setelah kalian mempelajari tiga metode tersebut, maka kita boleh menggunakan ketiganya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari terkait dengan SPLTV. Untuk itu silahkan kalian mencermati ilustrasi dan pembahasan berikut.

Contoh:



Gambar 2. Ilustrasi Kegiatan Posyandu

(Sumber: <https://www.nusabali.com/index.php/berita/39612/dpmd-gelar-rakor-posyandu>)

Di sebuah Puskesmas terdapat beberapa map untuk administrasi kegiatan Posyandu. Dari beberapa map tersebut, terdapat sebuah map berisi 12 Kartu Menuju Sehat (KMS) yang berwarna merah, kuning dan hijau untuk satu kali kegiatan Posyandu. Kartu merah untuk

bayi usia 0 – 6 bulan, kartu kuning untuk bayi usia 6 – 12 bulan, sedangkan kartu hijau untuk usia 1 – 2 tahun. Dua kali kartu merah dikurangi satu kartu kuning kemudian ditambah satu kartu hijau sama dengan 6. Tiga kali kartu merah ditambah dua kali kartu kuning dan dikurangi satu kali kartu hijau sama dengan 8. Berapakah jumlah bayi usia 0 – 6 bulan, 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun pada kegiatan Posyandu tersebut? Setiap bayi yang datang ke Posyandu harus diberi vaksin. Jika vaksin yang tersedia untuk bayi usia 0 – 6 bulan, bayi usia 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun masing-masing berjumlah 10 buah, maka berapakah masing-masing sisa vaksin yang tidak digunakan dalam kegiatan Posyandu untuk bayi usia 0 – 6 bulan, bayi usia 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun?

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan: x = kartu merah
 y = kartu kuning
 z = kartu hijau

Dari permisalan diperoleh SPLTV:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 & \dots\dots\dots(1) \\ 2x - y + z = 6 & \dots\dots\dots(2) \\ 3x + 2y - z = 8 & \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 12 \\ \underline{2x - y + z = 6} - \\ -x + 2y = 6 \quad \dots\dots\dots(4) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (3) atau (2) dan (3). Misal dipilih persamaan (2) dan (3), maka:

$$\begin{array}{r} 2x - y + z = 6 \\ \underline{3x + 2y - z = 8} + \\ 5x + y = 14 \quad \dots\dots\dots(5) \end{array}$$

Eliminasi persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -x + 2y = 6 \quad |x1| \Leftrightarrow -x + 2y = 6 \\ 5x + y = 14 \quad |x2| \Leftrightarrow \underline{10x + 2y = 28} - \\ -11x = -22 \\ x = 2 \end{array}$$

Nilai $x = 2$ disubstitusi ke persamaan (4) atau (5). Misal dipilih persamaan (5), maka:

$$\begin{array}{r} 5x + y = 14 \\ 5.2 + y = 14 \\ y = 14 - 10 \\ y = 4 \end{array}$$

Nilai $x = 2$ dan $y = 4$ disubstitusi ke (1), (2), atau (3). Misal dipilih persamaan (1), maka:

$$\begin{array}{r} x + y + z = 12 \\ 2 + 4 + z = 12 \\ z = 12 - 6 = 6 \end{array}$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh $x = 2$, $y = 4$, dan $z = 6$. Jika dikembalikan ke permasalahan diperoleh:

Jumlah kartu merah adalah 2

Jumlah kartu kuning adalah 4

Jumlah kartu hijau adalah 6.

Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa pada kegiatan Posyandu terdapat:

Jumlah bayi usia 0 – 6 bulan: 2 orang

Jumlah bayi usia 6 – 12 bulan: 4 orang

Jumlah bayi usia 1 – 2 tahun: 6 orang

Lalu bagaimana menentukan banyaknya vaksin yang tersisa? Untuk mencari banyaknya vaksin yang tersisa adalah sebagai berikut.

Banyaknya vaksin masing-masing ada 10 buah, jadi banyaknya vaksin yang tersisa adalah sebagai berikut.

$$\text{Sisa vaksin untuk bayi usia 0 – 6 bulan} = 10 - 2 = 8$$

$$\text{Sisa vaksin untuk bayi usia 6 – 12 bulan} = 10 - 4 = 6$$

$$\text{Sisa vaksin untuk bayi usia 1 – 2 tahun} = 10 - 6 = 4$$

Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode untuk menentukan penyelesaian permasalahan kontekstual dalam kehidupan sehari-hari terkait SPLTV? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu penjelasan yang telah diuraikan.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian x , y dan z dari sistem persamaan linear tiga variabel

$$\text{berikut: } \begin{cases} 3x - y + 2z = 15 \\ 2x + y + z = 13 \\ 3x + 2y + 2z = 24 \end{cases}$$

Alternatif Jawaban:

$$3x - y + 2z = 15 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + y + z = 13 \dots\dots\dots (2)$$

$$3x + 2y + 2z = 24 \dots\dots\dots (3)$$

Langkah pertama, Gunakan metode eliminasi terhadap salah satu persamaan terlebih dahulu.

Eliminasi persamaan (1) dan (2) :

$$\begin{array}{r} 3x - y + 2z = 15 \quad | \times 1 \rightarrow 3x - y + 2z = 15 \\ 2x + y + z = 13 \quad | \times 2 \rightarrow \underline{4x + 2y + 2z = 26} \\ \hline -x - 3y = -11 \dots\dots\dots (4) \end{array}$$

Eliminasi persamaan (2) dan (3) :

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 13 \quad | \times 2 \rightarrow 4x + 2y + 2z = 26 \\ 3x + 2y + 2z = 24 \quad | \times 1 \rightarrow \underline{3x + 2y + 2z = 24} \\ \hline x = 2 \dots\dots\dots (5) \end{array}$$

Langkah kedua, Karena dari persamaan (5) sudah didapatkan nilai x , sekarang tinggal menggunakan metode substitusi terhadap persamaan (4)

Substitusi persamaan (5) ke (4) :

$$\begin{aligned} -x - 3y &= -11 \\ -(2) - 3y &= -11 \\ 3y &= -11 + 2 \\ 3y &= 9 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Langkah ketiga, karena sudah didapatkan nilai x dan y . Langsung saja disubstitusikan nilai x dan y pada salah satu persamaan 1, 2, atau 3 untuk mengetahui nilai z :

Substitusi nilai y ke persamaan (2) :

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 13 \\ 2(2) + 3 + z &= 13 \\ 4 + 3 + z &= 13 \\ 7 + z &= 13 \\ z &= 13 - 7 \\ z &= 6 \end{aligned}$$

Maka himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tersebut adalah $\{(2, 3, 6)\}$.

Apakah kalian sudah memahami penjelasan dari kedua contoh yang ada? Ada perbedaan model soal dari contoh pertama dan kedua. Pada contoh pertama soal berbentuk cerita dan bentuk persamaan linear tiga variabelnya belum ada. Jadi kita harus membuat persamaannya terlebih dahulu. Hal ini berbeda dengan contoh kedua, di mana bentuk persamaan linear tiga variabelnya sudah ada. Sehingga kita tidak perlu membuat persamaan linear tiga variabelnya dan dapat langsung menyelesaikan dengan menggunakan metode yang ada. Menurut kalian profesi apa dalam kehidupan sehari-hari yang sering menggunakan penerapan SPLTV ini? Mengapa?

C. Rangkuman

1. Terdapat tiga metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel pada kegiatan pembelajaran kali ini, yaitu: metode substitusi, metode eliminasi, dan metode eliminasi – substitusi.
2. Secara umum, langkah-langkah penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut:
 - Menyelesaikan model matematika dengan menggunakan metode penyelesaian dan operasi aljabar secara tepat.
 - Menafsirkan dan memeriksa kesesuaian dan masuk akal nya jawaban dari model matematika terhadap masalah semula, untuk mendapat solusi dari masalah.