KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
DINAMIKA ROTASI BENDA TEGAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini, Ananda diharapkan dapat:

1. memahami konsep momen gaya dan momen inersia;
2. merumuskan hubungan antara momen gaya dan percepatan sudut;
3. memahami konsep energi kinetik rotasi dan gerak menggelinding;
4. merumuskan hubungan antara momen inersia dan momentum sudut; dan
5. menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan dinamika rotasi.

B. Uraian Materi

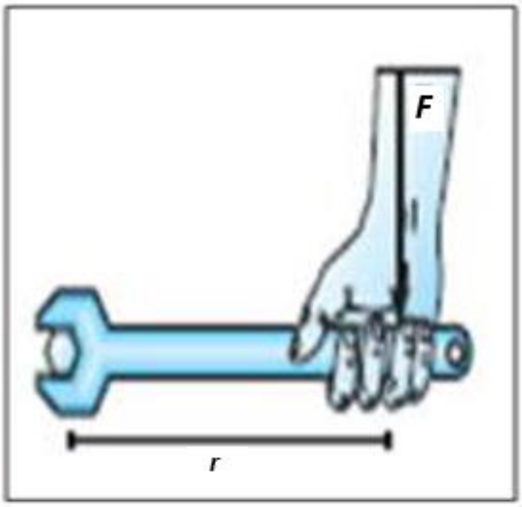
Dinamika rotasi adalah ilmu yang mempelajari tentang gerak rotasi (berputar) dengan memperhatikan aspek penyebabnya, yaitu momen gaya. Momen gaya atau yang lebih dikenal dengan torsi ini akan menyebabkan terjadinya percepatan sudut. Suatu benda dikatakan melakukan gerak rotasi (berputar) jika semua bagian benda bergerak mengelilingi poros atau sumbu putar. Sumbu putar benda terletak pada salah satu bagian dari benda tersebut.

Benda tegar merupakan benda yang tidak mengalami perubahan bentuk akibat pengaruh gaya, sehingga dalam melakukan pergerakan, benda tersebut tidak mengalami perubahan bentuk dan volume benda. Benda tegar dapat melakukan gerak translasi dan rotasi

1. Momen Gaya/ Torsi (τ)

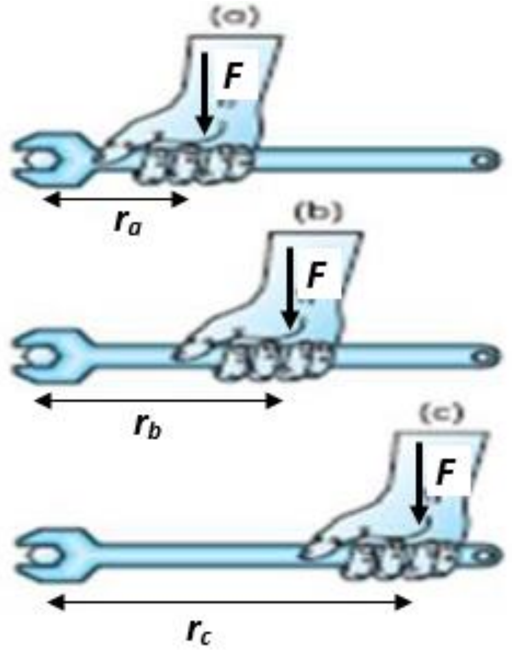
Apakah Momen Gaya/ Torsi Itu?

Untuk melihat suatu benda diam menjadi bergerak translasi (lurus), anda perlu mengerjakan gaya pada benda itu. Analog dengan itu, untuk membuat suatu benda tegar berotasi (berputar) terhadap suatu poros tertentu, anda perlu mengerjakan *torsi* (dari bahasa latin *torquere*; memutar) pada suatu benda. **Momen gaya** atau **torsi (τ)** merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar. Besaran-besaran apakah yang berkaitan dengan torsi? Perhatikan gambar berikut !



Berdasarkan Gambar di atas, orang memberikan gaya kepada kunci sehingga kunci dapat memutar baut. Baut berfungsi sebagai **sumbu rotasi**, sedangkan perpanjangan garis gaya disebut **garis kerja gaya**. Jika gaya (***F***) yang diberikan tangan (garis kerja gaya) tegak lurus terhadap lengan kunci, maka lengan kunci ini berfungsi sebagai **lengan gaya**. Namun, jika gaya yang diberikan tidak tegak lurus lengan kunci, maka **lengan gaya merupakan jarak yang tegak lurus dari sumbu rotasi dengan garis kerja gaya (*r*)**.

Untuk memahami komnsep Momen Gaya /Torsi **(τ),** Perhatikan beberapa kejadian berikut !



Sekarang Ananda coba perhatikan Gambar di atas, Untuk memutar baut, kedudukan tangan seperti gambar (c) lebih mudah dilakukan daripada kedudukan tangan pada gambar (b) dan (a). Sementara kedudukan tangan seperti gambar (b) lebih mudah dilakukan daripada seperti gambar (a). Gaya (***F***) yang diperlukan untuk memutar baut pada kedudukan (c) lebih kecil dari gaya yang diperlukan pada gambar (b) atau (a). Berdasarkan fakta ini, besar gaya putar atau momen gaya tidak hanya ditentukan oleh besar gaya, tetapi juga panjang lengan gaya (***r***). Hubungan ketiga faktor ini, diberikan dengan persamaan berikut.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

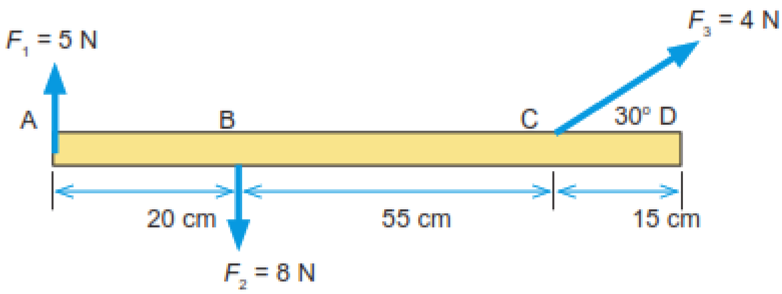
atau

$$\boldsymbol{\tau} = r\ F \sin\theta$$

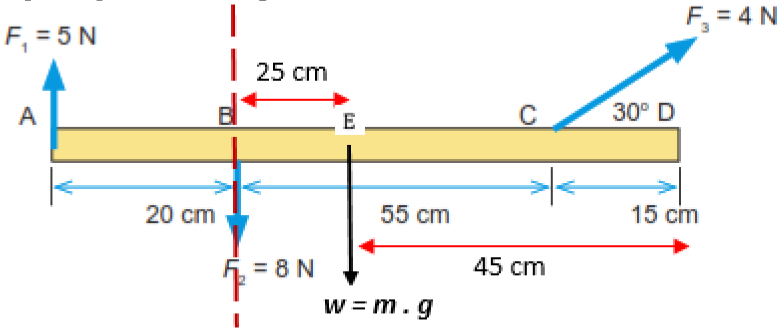
Dimana :
$\boldsymbol{\tau}$ **=** Momen Gaya (Nm)
$\boldsymbol{F}$ **=** Gaya yang bekerja (N)
$\boldsymbol{r}$ = Lengan Momen (m)
$\boldsymbol{\theta}$ **=** sudut yang terbentuk antara garis kerja gaya F terhadap lengan momen r

Seperti halnya gaya ***F***, torsi $\boldsymbol{\tau}$ juga termasuk **besaran vektor**, yang memiliki besar dan arah. Bedanya, arah torsi hanya dua, searah atau berlawanan arah jarum jam. Kedua arah torsi ini cukup dibedakan dengan memberikan tanda **positif** (berlawanan dengan perputaran arah jarum jam), atau **negatif** (searah dengan perputaran arah jarum jam). Supaya konsisten dengan aturan matematika maupun aturan arah pada momentum sudut dan *gaya Lorentz* (pelajaran kelas XII).

Contoh Soal 1 :
Tiga buah gaya bekerja pada batang AD yang bermassa 2 kg seperti pada gambar. Hitunglah resultan momen gaya terhadap titik B ! (dimana g = 10 m/s²)



Jawab :
Untuk menentukan momen gaya yang bekerja pada titik B pada benda tegar AD yang bermassa 2 kg, maka uraian vektor – vektor gaya yang bekerja pada benda dapat diperoleh sebagai berikut



$$\boldsymbol{\tau_B} = \boldsymbol{\tau_{BA}} + \boldsymbol{\tau_{BE}} + \boldsymbol{\tau_{BC}}$$

$$\boldsymbol{\tau_B} = (-r_{BA} \,.\, F_1) + (-r_{BE} \,.\, w) + (r_{BC} \,.\, F_{3y})$$

$$\boldsymbol{\tau_B} = (-0{,}2 \,.\, 5) + (-0{,}25 \,.\, 2 \,.\, 10) + (0{,}55 . F_3 \,.\, sin\ 30^0)$$

$$\boldsymbol{\tau_B} = (-1) + (-5) + \left(0{,}55.\ 4 \,.\, \frac{1}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{\tau_B} = (-1) + (-5) + (1{,}1)$$

$$\boldsymbol{\tau_B} = (-1) + (-5) + (1{,}1)$$

$$\boldsymbol{\tau_B = -4{,}9\ Nm}$$

Jadi, resultan momen gaya terhadap titik B (B sebagai poros) adalah **4,9 Nm** dengan arah **searah putaran jarum jam**

2. Momen Inersia (*I*)

Momen inersia (*I*) merupakan besaran yang menyatakan ukuran kecenderungan benda untuk tetap mempertahankan keadaannya (kelembaman). Pada gerak rotasi, momen inersia juga dapat menyatakan ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan sudut rotasinya. Benda yang sukar berputar atau benda yang sulit dihentikan saat berputar memiliki momen inersia yang besar, dan sebaliknya.

Momen inersia didefnisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$I = m.r^2$$

Dimana :
I = Momen inersia (kgm²)
m = massa partikel (kg)
r = jarak partikel dari sumbu pusat rotasi (m)

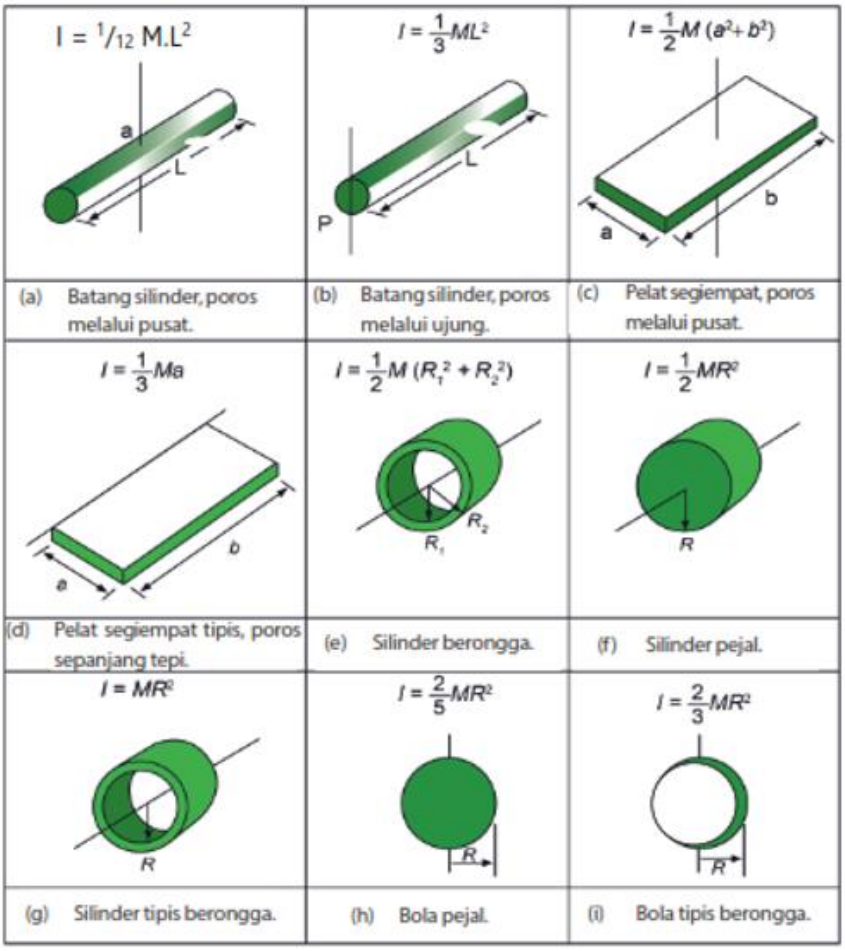
Jika terdapat sejumlah partikel dengan massa masing-masing m_1, m_2, m_3,... dan memiliki jarak r_1, r_2, r_3, ... terhadap poros, maka momen inersia totalnya adalah penjumlahan momen inersia setiap partikel, yaitu sebagai berikut.

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots$$

Atau secara pengintegralan dapat ditulis dengan persamaan:

$$\boldsymbol{I = \int r^2\, dm}$$

Berdasarkan konsep momen inersia I yang telah dipaparkan di atas, berikut beberapa persamaan momen inersia benda tegar yang teratur bentuknya dan berotasi pada sumbu tertentu seperti tertera pada gambar tabel berikut:



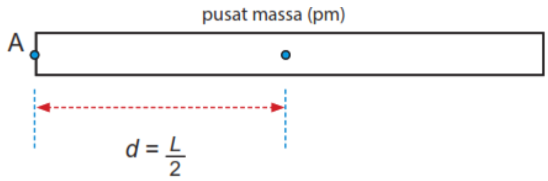
<u>Menentukan Momen Inersia Benda Tegar dengan prinsip Teorema Sumbu Sejajar</u>

Berdasarkan tabel di atas, kita telah mengetahui bahwa momen inersia batang silinder bermassa M dengan panjang L yang porosnya melalui pusat massa (tabel a) adalah $I_{pm} = \frac{1}{12} ML^2$. Untuk mendapatkan Momen Inersia Batang silinder yang bergerak pada ujung batang maka dapat digunakan dengan prinsip *Teorema Sumbu Sejajar* dengan persamaan sebagai berikut :

$$I_s = I_{pm} + Md^2$$

<u>Dimana</u> :
I_s = Momen Inersia titik pusat rotasi (Nm²)
I_{pm} = Momen Inersia benda di pusat massa (Nm²)
M = Massa benda (kg)
d = Jarak antara titik pusat massa ke titik rotasi (m)

sehingga untuk mendapatkan momen inersia batang silinder yang bergerak pada ujung batang dapat diperoleh :



$$I_s = I_{pm} + Md^2$$

$$I_A = I_{pm} + Md^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2$$

$$I_A = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{3}{12}ML^2$$

$$I_A = \frac{4}{12}ML^2$$

$$\boxed{I_A = \frac{1}{3}ML^2}$$

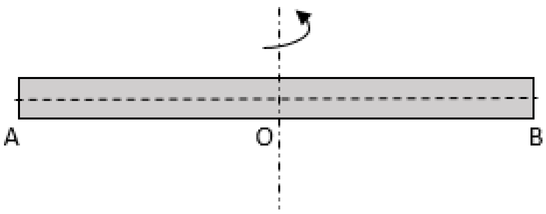
Terbukti sesuai dengan **"tabel b"**

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa besar momen inersia benda tegar dipengaruhi oleh :

- Bentuk atau ukuran benda
- Massa benda
- Sumbu pusat rotasi

<u>Contoh Soal 2 :</u>

Perhatikan gambar !



Batang AB massa 2 kg diputar melalui titik A, ternyata momen inersia nya 8 kg.m², Tentukan momen inersia batang tersebut jika diputar dititik O ! (dimana panjang AO = OB)

Jawab :

Telah diperoleh dari tabel momen inersia benda tegar pada batang bahwa

$I_O = \frac{1}{12}\,M\,L^2$ dan $I_A = \frac{1}{3}\,M\,L^2$

Jadi diperoleh

$$\frac{I_O}{I_A} = \frac{\frac{1}{12}\,M\,L^2}{\frac{1}{3}\,M\,L^2}$$

$$\frac{I_O}{I_A} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{I_O}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{I_O = 2\ kg.m^2}$$

Jadi, jika batang tersebut iputar di tengah, maka batang tersebut memiliki momen inersia sebesar ***2 kg.m²***

3. Hubungan antara Momen Gaya (τ), Momen Inersia (*I*) dan Percepatan Sudut (α)

Untuk mendapatkan hubungan antara Momen Gaya (τ), Momen Inersia (*I*) dan Percepatan Sudut (α), maka kita dapat menganlogikan dengan menerapkan hukum Newton II translasi, yaitu :

$$\sum F = m\,.\,a$$
$$F = m\,.\,a$$
$$F = m\,.\,(r.\alpha)$$
$$F.r = m\,.\,r\ (r.\alpha)$$
$$F.r = m\,.\,r^2.\alpha$$

Diperoleh

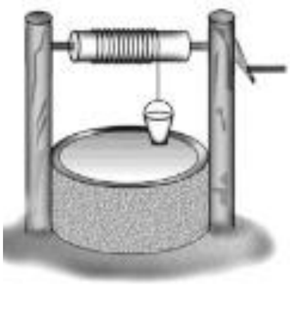
$$\boxed{\tau = I\,.\,\alpha} \quad \text{atau} \quad \boxed{\sum \tau = I\,.\,\alpha}$$

disebut **<u>Hukum Newton II Gerak rotasi</u>**

Dimana :
τ = Momen Gaya (N.m)
I = Momen Inersia (kg.m²)
α = Percepatan Sudut (rad/s²)

<u>Contoh Soal 3 :</u>

Perhatikan gambar berikut !



Sebuah silinder pejal berjari-jari 15 cm, dan bermassa 2 kg dijadikan katrol pada sebuah sumur seperti gambar di samping. Batang yang dijadikan poros memiliki permukaan licin sempurna. Seutas tali yang massanya dapat diabaikan, digulung pada silinder. Kemudian, sebuah ember bermassa 1 kg diikatkan pada ujung tali. Tentukan percepatan ember saat jatuh ke dalam sumur..!

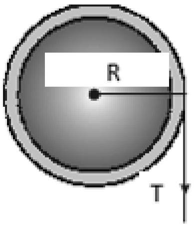
<u>Jawab :</u>

Diketahui
Massa Katrol M = 2 kg
Jari-jari katrol r = 15 cm = 0,15 cm

Momen Inersia Katrol silinder pejal $I = \frac{1}{2}MR^2$
Massa Ember m = 1 kg
Ditanya
Percepatan Ember a = ...?

Dalam menjawab kasus seperti ini, Ananda harus mengidentifikasi benda-benda yang bergerak, dalam hal ini adalah katrol silinder pejal dan ember

- *Lihat Katrol (mengalami gerak rotasi)*



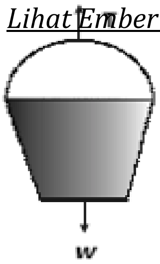
Berlaku Hukum Newton II rotasi

$$\tau = I\alpha$$

$$RT = I\frac{a}{R}$$

$$T = I\frac{a}{R^2} \quad .... \text{(a)}$$

- *Lihat Ember (mengalami gerak translasi)*



Berlaku Hukum Newton II translasi

$$\sum F = ma$$
$$mg - T = ma \quad .... \text{(b)}$$

Dari persamaan (a) disubstitusi ke persamaan (b) diperoleh

$$m.g - I\frac{a}{R^2} = m.a$$

$$m.g = m.a + I\frac{a}{R^2}$$

$$m.g = a\left(m + \frac{I}{R^2}\right)$$

$$\boldsymbol{a = \frac{m\,.\,g}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)}}$$

Dengan memasukkan nilai momen inersia I, maka dapat ditulis

$$a = \frac{m\,.\,g}{\left(m + \frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2}\right)}$$

$$a = \frac{m\,.\,g}{\left(m + \frac{1}{2}\,M\right)}$$

$$a = \frac{1\,.10}{\left(1 + \frac{1}{2}\,2\right)}$$

$$a = \frac{10}{2} \;=\; \mathbf{5\ m/s^2}$$

Jadi, percepatan yang dialami ember ketika menuruni sumur adalah **5 m/s²**

4. Energi Kinetik Rotasi (*Ek*$_{rot}$)

Benda yang berputar pada poros nya memiliki suatu bentuk energi yang disebut energi kinetik rotasi (Ek_{rot}). Persamaan energi kinetik rotasi ini dapat diturunkan dari konsep energi kinetik translasi yaitu :

$$\boldsymbol{Ek_{Trans} = \frac{1}{2}\, m\, v^2}$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis $\boldsymbol{v = r.\omega}$, sehingga diperoleh :

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2}\, m\, (r.\omega)^2$$

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2}\, m\, r^2\, \omega^2$$

Sehingga persamaan Ek_{rot} dapat ditulis :

$$\boldsymbol{Ek_{rot} = \frac{1}{2}\, I\, \omega^2}$$

Dimana :

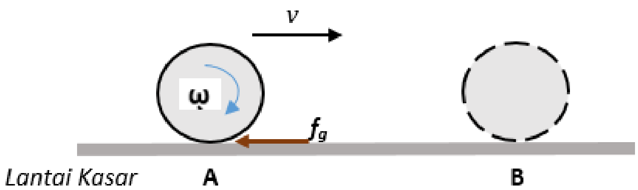
Ek_{rot} = Energi Kinetik Rotasi (Joule)

I = Momen Inersia benda (kg.m²)

ω = Kecepatan Sudut benda (rad/s)

Gerak Menggelinding

Perhatikan gambar berikut !



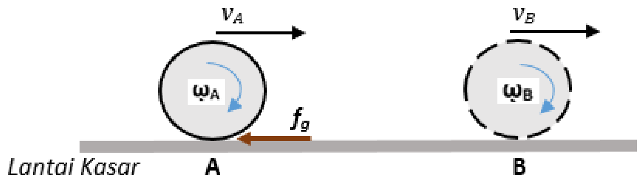
Pada gambar di atas, suatu benda bergerak menggelinding, maka benda tersebut melakukan gerak translasi (memiliki *v*) sekaligus gerak rotasi memiliki (ω). Oleh karena itu, energi kinetik yang dimiliki benda juga terdiri atas energi kinetik translasi dan rotasi, sehingga diperoleh :

$$Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2}\, m\, .\, v^2 + \frac{1}{2}\, I\, .\, \omega^2$$

Hukum Kekekalan Energi Mekanik pada Gerak Menggelinding

Benda yang mengalami gerak menggelinding pasti terjadi pada lantai yang kasar, sehingga pada lantai tersebut bekerja gaya gesekan (f_g). Pada kasus ini, gaya gesekan(f_g) dapat dimasukkan dalam gaya yang terdapat pada dalam diri sistem gerak, sehingga akan berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, dengan memasukkan Ek_{rot} sebagai variabel tambahan pada Energi Kinetik total. Perhatikan gambar kejadian berikut !



Dalam kasus ini Hukum Kekekalan Energi Mekanik dapat ditulis :

$$EM_A = EM_B$$

$$EP_A + EK_A = EP_B + EK_B$$

$$EP_A + (EK_{A.trans} + EK_{A.rot}) = EP_B + (EK_{B.trans} + EK_{B.rot})$$

$$m.g.h_A + \left(\frac{1}{2}m.v_A^2 + \frac{1}{2}I.\omega_A^2\right) = m.g.h_B + \left(\frac{1}{2}m.v_B^2 + \frac{1}{2}I.\omega_B^2\right)$$

Contoh soal 4 :

Sebuah silinder pejal bermassa 2 kg bergerak menggelinding dengan kecepatan 4 m/s. Tentukan besar Energi Kinetik yang dimiliki oleh silinder pejal tersebut. (dimana momen inersia silinder pejal $I = \frac{1}{2}MR^2$)

Jawab :

Karena silinder pejal bergerak menggelinding, maka silinder pejal mengalami gerak transalasi dan rotasi, sehingga Energi Kinetik Total pada silinder pejal tersebut dapat ditulis :

$$Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2}\,M\,.v^2 + \frac{1}{2}\,I\,.\omega^2$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2}\,M\,.v^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2}\,M\,.v^2 + \frac{1}{4}\,M.v^2$$

$$Ek_{tot} = \frac{3}{4}\,M\,.v^2$$

$$Ek_{tot} = \frac{3}{4}\,(2)\,.(4)^2$$

$$\boldsymbol{Ek_{tot} = 24\ Joule}$$

Jadi, besar enenrgi kinetik silinder pejal yang menggelinding tersebut adalah **24 Joule**

5. Momentum Sudut ($\boldsymbol{L}$)

Momentum sudut ($\boldsymbol{L}$) didefinisikan sebagai perkalian silang antara vektor momentum linear benda $\boldsymbol{p}$ dan vektor posisi $\boldsymbol{r}$.

$$\boxed{\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}}$$

Secara matematis, penurunan persamaan momentum sudut $\boldsymbol{L}$ dapat berawal dari konsep momentum linier $\boldsymbol{p}$, dan dapat ditulis:

$\boldsymbol{p} = m\ .\boldsymbol{v}$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r}.\boldsymbol{\omega}$, sehingga diperoleh :

$\boldsymbol{p} = m\ .(\boldsymbol{r}.\boldsymbol{\omega})$

$\boldsymbol{p}.\boldsymbol{r} = m.\boldsymbol{r}.(\boldsymbol{r}.\boldsymbol{\omega})$

$\boldsymbol{L} = m.\ \boldsymbol{r^2}.\boldsymbol{\omega}$

Sehingga momentum sudut $\boldsymbol{L}$ persamaannya dapat ditulis :

$$\boxed{\boldsymbol{L} = I.\omega}$$

Dimana :

$\boldsymbol{L}$: Momentum sudut (kg. m^2/s)

I : Momen inersia benda (kg.m^2)

$\boldsymbol{\omega}$: Kecepatan sudut (rad/s)

<u>Hukum Kekekalan Momentum Sudut</u>

Hukum kekekalan momentum linier menyatakan bahwa jika pada suatu sistem tidak ada resultan gaya yang bekerja (ΣF = 0) momentum linier sistem adalah kekal (konstan). Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi (Στ = 0) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis :

$$\boxed{\begin{gathered} L_1 = L_2 \\ I_1.\omega_1 = I_2.\omega_2 \end{gathered}}$$

Hukum Kekekalan Momentum Sudut berbunyi :

"Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bkerja pada sitem (Στ = 0), maka momentum sudut didtem adalah kekal (konstan)"

Atau dapat ditulis

$$\boxed{\text{Jika} \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{dL}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{0}, \quad \text{maka} \quad \boldsymbol{L} = \boldsymbol{konstan}}$$

Contoh soal 5 :

Seorang penari balet yang berputar dengan lengan terentang dan kelajuan 3 rad/s memiliki momen inersia 12 kg.m^2. Jika saat lengannya merapat ke tubuh, momen inersianya menjadi 4 kg.m^2, maka berapakah laju putaran kecepatan sudut ketika lengannya merapat tersebut?

Jawab

Karena tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem penari balet tersebut, maka berlaku Hukum Kekekalan Momentum Sudut

$L_1 = L_2$

$I_1 . \omega_1 = I_2 . \omega_2$

$(12)(3) = (4)\,\omega_2$

$36 = (4)\,\omega_2$

$\omega_2 = \frac{36}{4}$

$\boldsymbol{\omega_2 = 9\ rad/s}$

Jadi, ketika tangan penari balet direntangkan, maka kecepatan sudut penari balet tersebut adalah **9 rad/s**

C. Rangkuman

Dari hasil pemaparan tentang Dinamika rotasi benda tegar dapat ditulis beberapa rangkuman, yaitu :

1. **Momen gaya** atau **torsi (τ)** merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar.

   $\sum \tau = I\,.\,\alpha$

2. **Momen inersia (*I*)** didefnisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

   $$\boxed{I = m . r^2}$$

3. Hubungan antara **Momen gaya** atau **torsi (τ)** dengan **Momen inersia (*I*)** dapat ditulis dengan $\sum \tau = I\,.\,\alpha$
4. Energi kinetik total benda yang bergerak menggelinding adalah
   $Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$

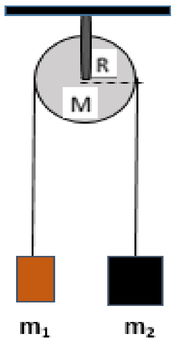
   $$\boxed{Ek_{tot} = \frac{1}{2}\,m\,.\,v^2 + \frac{1}{2}\,I\,.\,\omega^2}$$

5. Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi (Στ = 0) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis:

   $$\boxed{\begin{array}{c} L_1 = L_2 \\ I_1 . \omega_1 = I_2 . \omega_2 \end{array}}$$

D. Latihan Soal

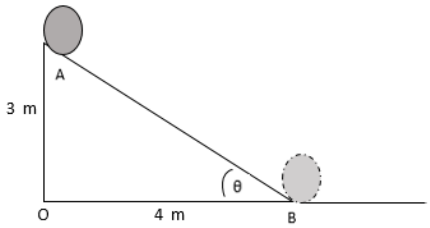
1. Perhatikan gambar di bawah ini !



sebuah katrol berupa silinder pejal memiliki massa M sebesar 4 kg, menghubungkan benda yang bermassa m_1 = 2 kg dan m_2 = 4 kg dengan seutas tali tak bermassa sehingga mengakibatkan katrol tersebut berotasi. Jika percepatan gravitasi bumi g = 10 m/s^2, dan momen inersia katrol $I = \frac{1}{2}MR^2$, tentukan :

a. Percepatan (a) yang dialamimoleh beban m_1 dan m_2
b. Besar tegangan tali yang bekerja pada benda m_1 (T_1)
c. Besar Tegangan tali yang bekerja pada benda m_2 (T_2)

2. Perhatikan gambar berikut !



Sebuah bola pejal homogen $(I = \frac{2}{3}MR^2)$ bermassa M = 2 kg menuruni dari puncak bidang miring yang kasar, sehingga bola pejal tersebut menggelinding yang terlihat seperti gambar di samping. Jika g = 10 m/s^2, Tentukan :

a. Besar percepatan (a) bola pejal tersebut ketika menuruni bidang miring
b. Kecepatan bola pejal ketika berada didasar bidang miring (gunakan cara konsep Kinematika)
c. Kecepatan bola pejal ketika berada didasar bidang miring (gunakan cara konsep hukum kekekalan energi mekanik)

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
KESEIMBANGAN BENDA TEGAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini, Ananda diharapkan dapat

1. Memahami syarat keseimbangan benda tegar.
2. Memahami konsep titik berat.
3. Menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan keseimbangan dan titik berat benda tegar

B. Uraian Materi

Dalam kegiatan pembelajaran 2 pada modul ini, Ananda akan mempelajari keseimbangan benda tegar. Dalam hal ini akan dititik beratkan pada *keseimbangan statis* dan menentukan titik pusat massa (titik berat) dari suatu benda tegar. Dalam prose pembelajaran ini, Ananda harus menguasai dengan baik kemampuan menggambar dan menguraikan diagram vektor gaya yang bekerja pada titik partikel, yang telah dipelajari di kelas X

1. Keseimbangan Statis Benda Tegar.

Dalam ***sistem partikel***, benda dianggap sebagai suatu titik materi. Semua gaya yang bekerja pada benda dianggap bekerja pada titik materi tersebut, sehingga gaya yang bekerja pada partikel hanya menyebabkan gerak translasi (tidak menyebabkan gerak rotasi). Oleh karena itu, syarat yang berlaku bagi keseimbangan sistem partikel hanyalah keseimbangan translasi ($\Sigma F = 0$).

Benda tegar merupakan benda yang tidak berubah bentuk jika diberi gaya F tertentu pada benda tersebut, hal ini disebabkan karena pada benda tegar memiliki banyak partikel dan saling mengatkan satu sama lain dan membentuk sesuatu dengan ukuran tertentu. Jadi dalam hal ini benda tegar merupakan kumpulan titik –titik materi yang berupa sistem partikel, sehingga mengakibatkan benda tidak hnaya mengalami gerak translasi tetapi meilki kemungkinan untuk bergerak rotasi. Hal ini akan mempengaruhi syarat suatu benda tegar untuk mengalami keseimbangan statis.

Dari analisa uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa secara matematis syarat suatu benda tegar mengalami keseimbangan statis adalah :

a. <u>Tidak ada resultan gaya yang bekerja pada benda tegar</u>

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$$

Dimana :

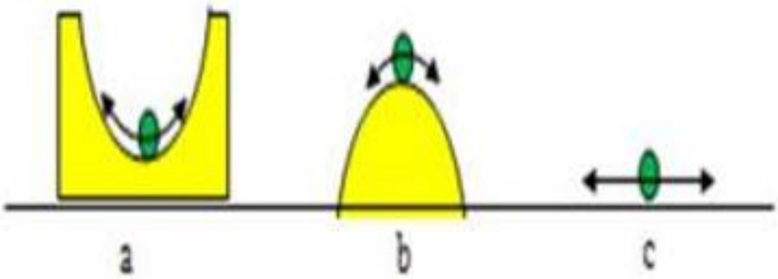
$$\sum \boldsymbol{F_x} = \boldsymbol{0} \quad \text{dan} \quad \sum \boldsymbol{F_y} = \boldsymbol{0}$$

b. <u>Tidak ada resultan momen gaya yang bekerja pada benda tegar</u>

$$\sum \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{0}$$

Perhatikan Gambar di atas! Pemain akrobat berdiri di atas tali dengan membawa tongkat yang panjang. Pemain ini memegang tongkat tepat di tengah-tengah. Akibatnya, gaya berat tongkat pada setiap sisi sama besar. Gaya ini menimbulkan momen gaya pada sumbu putar (tubuh pemain akrobat) sama besar dengan arah berlawanan, sehingga terjadi keseimbangan rotasi. Ini menyebabkan pemain lebih mudah berjalan di atas tali.

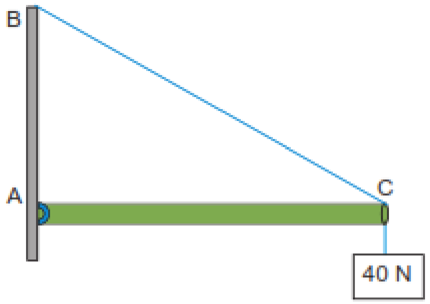
Jenis – jenis Keseimbangan



Ada tiga jenis keseimbangan, *yaitu* keseimbangan stabil, keseimbangan labil, dan keseimbangan netral. *Keseimbangan stabil* adalah keseimbangan yang dialami benda dimana sesaat setelah gangguan kecil dihilangkan, benda akan kembali ke kedudukan keseimbangannya semula (Gambar a). *Keseimbangan labil* adalah keseimbangan yang dialami benda dimana setelah gangguan kecil dihilangkan, benda tidak akan kembali ke kedudukannya semula, bahkan gangguan tersebut makin meningkat (Gambar b). *Keseimbangan netral* (atau *indiferen*) adalah keseimbangan di mana gangguan kecil yang diberikan tidak akan mempengaruhi keseimbangan benda (Gambar c)

Contoh Soal 1 :

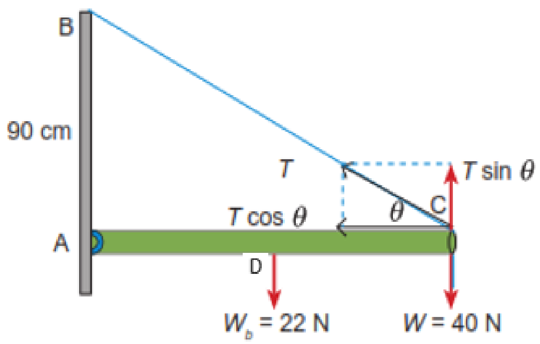
Perhatikan sistem keseimbangan berikut !



AC adalah batang homogen yang memiliki panjang 120 cm dan berat 22 N. Pada ujung batang, digantung sebuah balok dengan berat 40 N. Tentukan besar tegangan tali BC jika AB = 90 cm

Jawab :

Perhatikan gambar uraian vektor dari kasus di atas !



Diketahui :

AC = 120 cm = 1,2 m

w_b = 22 N

w = 40 N

AB = 90 cm = 0,9 m

Ditanya: **T** = ... ?

Denga dalil Pythagoras, di peroleh

$BC = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150\ cm$

Kemudian tinjau batang homogen sebagi benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut terdapat gaya berat balok, berat batang dan tegangan tali dalam arah sumbu Y.

Bersaarkan syarat keseimbnagn, dperoleh :

$\sum F = 0$ dengan A sebagai orors

$-W(\,AC\,) - W_b\left(\frac{1}{2}\,AC\right) + T\sin\theta\,(\,AC\,) = 0$

$-40(\,1{,}2\,) - 22(\,0{,}6) + T\,\frac{90}{150}(\,1{,}2\,) = 0$

$-48 - 13{,}2 + 0{,}72\,T = 0$

$0{,}72\,T = 61{,}2$

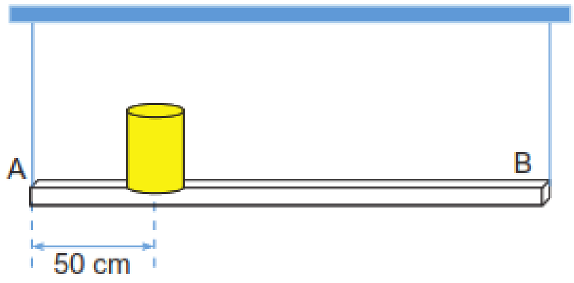
$T = \frac{61{,}2}{0{,}72}$

$T = 85\ N$

Jadi besar tegangan tali BC adalah 85 N

Contoh Soal 2 :

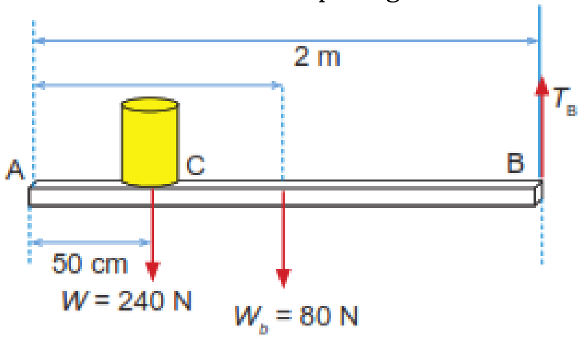
Perhatikan gambar berikut !



Dua buah kawat baja digunakan untuk menopang batang horizontal dengan berat 80 Newton dan panjang 2 m. Jika beban seberat 240 N ditempatkan pada jarak 50 cm dari ujung kawat A, Tentukan besar tegangan pada kawat B !

Jawab

Perhatikan uraian vektor pada gambar berikut !



Kemudian, tinjau batang sebagai benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut, terdapat gaya berat silinder, berat batang, dan tegangan tali dalam arah sumbu *y*.

$\sum F = 0$, dengan A sebagai poros

$-W(AC) - W_b\left(\frac{1}{2}AB\right) + T_b(AB) = 0$

$-240(0,5) - 80(1) + T_b(2) = 0$

$-120 - 80 + 2T_b = 0$

$2\,T_b = 200$

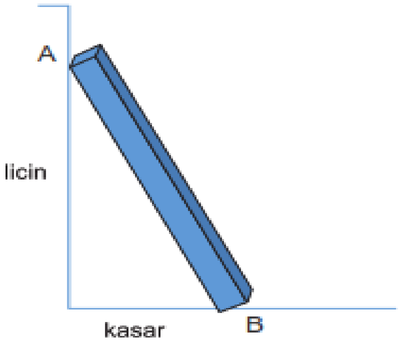
$T_b = \frac{200}{2}$

$T_b = 100\ N$

Jadi tegangan tali pada kawat B adalah 100 N

Contoh Soal 3 :

Perhatikan gambar berikut !



Sebuah batang homogen AB yang panjangnya 5 m dan massanya 10 kg disandarkan pada dinding vertikal yang licin. Ujung B terletak di lantai yang kasar 3 m dari dinding. Tentukanlah koefisien gesek lantai μ dengan ujung B agar batang seimbang. (g = 10 m/s^2)

Jawab

Diketahui:

AB= 5 m

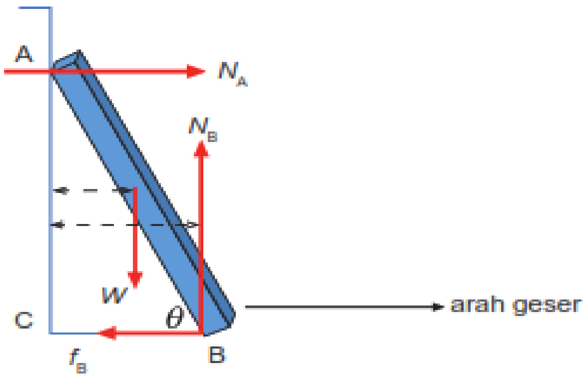
m = 10 kg

g = 10 m/s^2

w = m . g = 10 x 10 = 100 N

Ditanya: μ = ...?

Perhatikan gambar analisis gaya berikut.



Dengan dalil Phytagoras, jika BC = 3 m, AB = 5 m, maka AC = 4 m.

Kemudian, tinjau batang homogen sebagai benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut, terdapat gaya normal A dan gaya gesek B dalam arah sumbu X. Adapun gaya berat batang dan gaya normal B berada dalam arah sumbu Y.

Syarat kesetimbangan

$\sum \tau_B = 0$,

$-N_A(AC) + W\left(\frac{1}{2}BC\right) = 0$

$-N_A(4) + 100\left(\frac{1}{2}3\right) = 0$

$-4N_A + 150 = 0$

$4N_A = 150$

$N_A = \frac{150}{4} = 37{,}5\ N$

$\sum F_Y = 0$,

$N_B - W = 0$

$N_B = W = 100\ N$

$\sum F_X = 0$,

$N_A - f_B = 0$

$N_A - \mu N_B = 0$

$\mu N_B = N_A$

$\mu = \frac{N_A}{N_B} = \frac{37{,}5}{100} = 0.375$

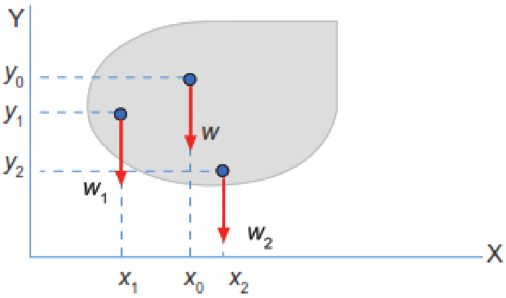
Jadi, nilai koefisien gesek antara lantai dengan ujung B agar batang seimbang adalah 0,375.

2. Titik Berat Benda

Sebuah benda terdiri atas partikel-partikel atau bagian yang masing-masing mempunyai berat. Resultan dari semua berat itu disebut **berat benda**. Resultan ini bekerja melalui suatu titik tunggal (titik tangkap) yang disebut **titik berat** (pusat gravitasi). Pada umumnya, untuk benda yang ukurannya tidak terlalu besar, titik berat berimpit dengan pusat massanya.

Titik berat benda adalah titik tangkap gaya berat suatu benda, di mana titik tersebut dipengaruhi oleh medan gravitasi. Penentuan letak titik berat ini dapat dilakukan dengan mudah apabila benda bersifat homogen dan beraturan (seperti kubus, bola, dan silinder). **Titik pusat massa** adalah titik yang mewakili posisi benda jika dianggap sebagai suatu titik materi.

Perhatikan gambar di bawah ini yang menggambarkan titik berat dari setiap partikel dalam suatu benda tegar



Koordinat $\{x_0, y_0\}$ suatu titik berat (w) benda tegar dapat ditentukan dengan rumusan sebagai berikut !

$$x_0 = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.w_1 + y_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

a. Benda berdimensi satu (berupa garis L)

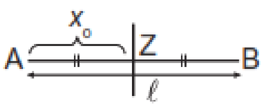
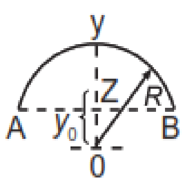
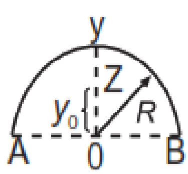
$$x_0 = \frac{x_1.L_1 + x_2.L_2 + ...}{L_1 + L_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.L_1 + y_2.L_2 + ...}{L_1 + L_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 garis pertama;
L_1 = panjang garis pertama (m);
x_2 = absis 2 garis kedua;
L_2 = panjang garis kedua (m);
y_1 = ordinat 1 garis pertama; dan
y_2 = ordinat 2 garis kedua.

Titik berat benda homogen berbentuk garis untuk beberapa benda dapat dilihat pada tabel berikut :

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Garis lurus		$y_0 = \frac{1}{2}AB$	Z = titik tengah garis
Busur lingkaran		$y_0 = \frac{\overline{AB}}{AB}R$	R = jari-jari lingkaran $\overline{AB}$ = tali busur AB AB = busur AB
Busur setengah lingkaran		$y_0 = \frac{2R}{\pi}$	R = jari-jari lingkaran

b. Benda berdimensi dua (berupa luasan bidang A)

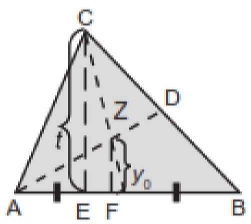
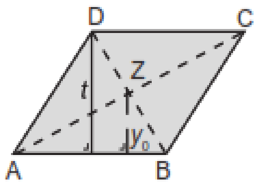
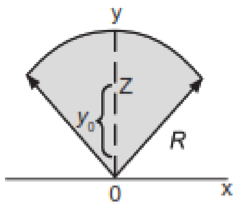
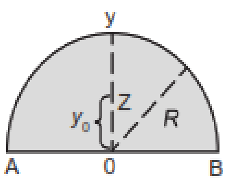
$$x_0 = \frac{x_1.A_1 + x_2.A_2 + ...}{A_1 + A_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.A_1 + y_2.A_2 + ...}{A_1 + A_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 luas benda pertama;
A_1 = luas bidang pertama (m);
x_2 = absis 2 luas benda kedua;
A_2 = luas bidang kedua (m);
y_1 = ordinat 1 luas benda pertama; dan
y_2 = ordinat 2 luas benda kedua.

Titik berat benda homogen berbentuk luasan bidang untuk beberapa benda dapat dilihat pada tabel berikut :

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Bidang segitiga		$y_0 = \frac{1}{3}t$	t = tinggi segitiga
Jajaran genjang Belah ketupat Persegi Persegi panjang		$y_0 = \frac{1}{2}t$	t = tinggi Z = perpotongan diagonal AC dan BD
Bidang juring lingkaran		$y_0 = \frac{2}{3}R \times \frac{\text{tali busur AB}}{\text{busur AB}}$	R = jari-jari lingkaran
Bidang setengah lingkaran		$y_0 = \frac{4R}{3\pi}$	R = jari-jari lingkaran

c. ***Benda berdimensi tiga (berupa ruang volume V)***

$$x_0 = \frac{x_1.V_1 + x_2.V_2 + ...}{V_1 + V_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.V_1 + y_2.V_2 + ...}{V_1 + V_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 volume benda pertama;

V_1 = volume bangun ruang pertama (m);

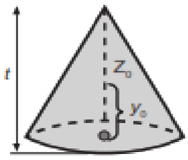
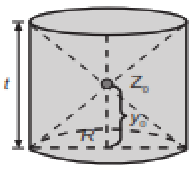
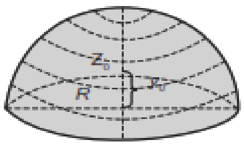
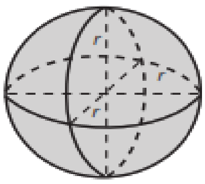
x_2 = absis 2 volume benda kedua;

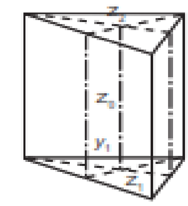
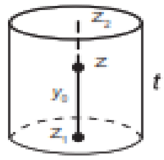
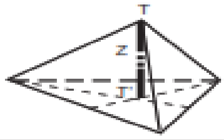
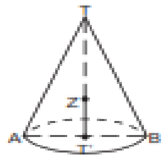
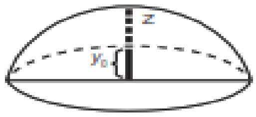
V_2 = volume bangun ruang kedua (m);

y_1 = ordinat 1 volume benda pertama; dan

y_2 = ordinat 2 volume benda kedua.

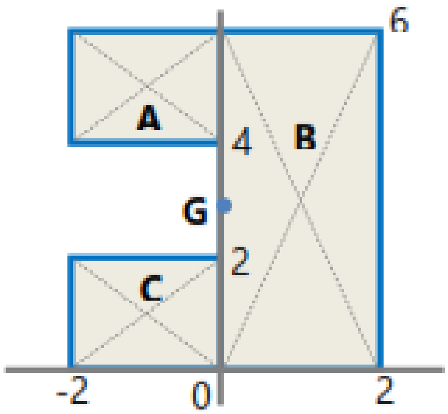
Titik berat benda homogen berbentuk ruang (volume) untuk beberapa benda dapat dilihat pada tabel berikut :

Benda Ruang atau Bervolume (3 Dimensi)		
Nama Benda	**Gambar**	**Letak Titik Berat**
Kerucut pejal dengan tinggi t		$y_o = \frac{1}{4}t$ $V = \frac{1}{3}\pi R^3$
Silinder pejal dengan tinggi t		$y_o = \frac{1}{2}t$ $V = \pi R^2 t$
Setengah bola pejal dengan jari-jari R		$y_o = \frac{3}{8}R$ $V = \frac{2}{3}\pi R^3$
Bola pejal dengan jari-jari R dan sama dengan kulitnya		$y_o = R$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Bidang kulit prisma		Z terletak pada titik tengah garis Z_1Z_2 $y_0 = \frac{1}{2}l$	l panjang sisi tegak
Bidang kulit silinder tanpa tutup		$y_0 = \frac{1}{2}t$ $A = 2\pi RT$	t = tinggi silinder R = jari-jari lingkaran alas silinder A = luas alas silinder
Bidang kulit limas		$T'Z=\frac{1}{3}T'T$	$T'T$ = garis tinggi ruang
Bidang kulit kerucut		$ZT'=\frac{1}{3}TT_1$	TT' = tinggi kerucut T' = pusat lingkaran alas kerucut
Bidang kulit setengah bola		$y_0 = \frac{1}{2}R$	R = jari-jari

Contoh Soal 4 :

Perhatikan gambar bidang berikut !



Tentukan koordinat titik berat benda tegar yang berbentuk bidang di atas !

Jawab

$A_A = 2.2 = 4$ $\quad x_A = -1$ $\quad y_A = 5$

$A_B = 2.6 = 12$ $\quad x_B = 1$ $\quad y_B = 3$

$A_C = 2.2 = 4$ $\quad x_C = -1$ $\quad y_C = 1$

$$x_o = \frac{\Sigma A.x}{\Sigma A} = \frac{(4 \times (-1))+(12 \times 1)+(4 \times (-1))}{4+12+4} = \frac{4}{20} = 0,2$$

$$y_o = \frac{\Sigma A.y}{\Sigma A} = \frac{(4 \times 5)+(12 \times 3)+(4 \times 1)}{4+12+4} = \frac{60}{20} = 3$$

Koordinat = (0,2 , 3)

Jadi koordinat titik berat pada bidang di atas adalah {0,2 ; 3}

C. Rangkuman

Dari hasil pemaparan tentang Keseimbangan Benda Tegar dapat ditulis beberapa rangkuman, yaitu :

1. Syarat suatu benda tegar mengalami keseimbangan statis adalah :

   $\sum F = 0$ dan $\sum \tau = 0$

2. Setiap partikel dalam suatu benda tegar memiliki berat. Berat keseluruhan benda adalah resultan dari semua gaya gravitasi berarah vertikal ke bawah dari semua partikel ini, dan resultan ini bekerja melalui suatu titik tunggal, yang disebut titik berat (atau pusat gravitasi).
3. Titik berat dari setiap partikel dalam suatu benda tegar dapat digambarkan sebagai berikut

$$x_0 = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.w_1 + y_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

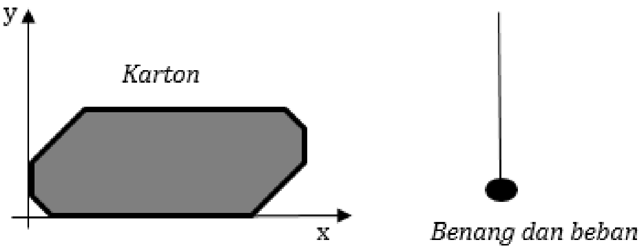
D. Penugasan Mandiri

Tujuan : Menentukan letak titik berat suatu benda

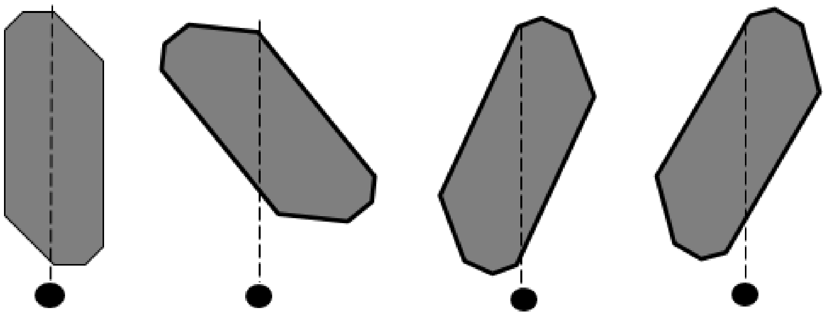
Alat dan Bahan : Tiang penggantung, seutas benang, sebuah beban untuk menarik lurus benang, sebuah karton tebal dengan bentuk sembarang, sebuah jarum pentul, dan sebuah pensil.

Langkah Kerja :

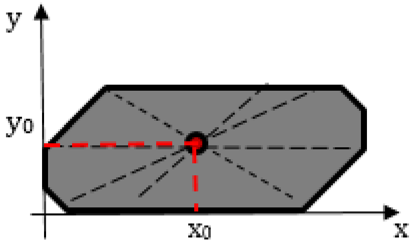
1. Siapkan karton tebal berbentuk sembarang, sebuah benang yang ujungnya diberikan beban sebagai pengukur tegak lurus, dan tiang untuk menggantungkan tali (benang).



2. Ikat jarum pentul pada salah satu ujung benang yang sudah diberi beban, dan tancapkan pada setiap sudut sisi-sisi pada karton yang akan dicari titik berat nya. Jangan lupa tarik garis putus-putus dengan menggunakan pensil pada karton sepanjang kedudukan benang pengukur yang tegak lurus



3. Kemudian cari perpotongan garis putus-putus tersebut dari ke-empat kejadian di atas, dan titik perpotongan tersebut merupakan titik berat dari karton tersebut, kemudian ukur koordina titik berat dengan menggunakan penggaris (x_0 , y_0)



4. Lakukan pencarian perhitungan titik berat karton tersebut secara teori (konseptual) kemudian bandingkan dengan hasil secara praktek. Jika kedua nya sesuai maka apa yang Ananda kerja adalah sudah benar.

E. Latihan Soal

1. Bayu yang bermassa 50 kg dan adik perempuannya Ani yang bermassa 40 kg sedang bermain papan jungkitan yang panjangnya 4 meter dan massanya 5 kg, seperti terlihat pada gambar di bawah ini