

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi  
Republik Indonesia, 2022

**Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII**

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.  
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

## Bab 4

# RELASI DAN FUNGSI



Kapan suatu relasi dapat menyatakan fungsi di himpunan?



## Pengantar bab



**Gambar 4.1** Siswa sedang berdiskusi

Gambar 4.1 mengilustrasikan beberapa kelompok siswa sedang berdiskusi materi relasi dan fungsi. Setiap siswa menduduki kursi tertentu yang telah ditentukan. Terlihat dengan jelas bahwa tidak ada siswa yang berbagi tempat duduk, akan tetapi untuk kursi panjang dapat menampung banyak siswa. Akibatnya, ada hubungan antara siswa dan kursi tempat mereka duduk. Bagaimana menurut sudut pandang kalian dalam hal ini, apakah kejadian ini termasuk relasi atau fungsi?

Pada bagian pengantar Bab 4 ini, kalian diberikan informasi tentang hubungan antara siswa dengan tempat duduk yang diduduki, hubungan ini terkait dengan materi relasi dan fungsi.

Selamat menikmati aktivitas belajar kalian.

### Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan materi Bab 4 ini, siswa diharapkan mampu:

- ✓ Memahami konsep himpunan, relasi dan fungsi.

- ✓ Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan himpunan, relasi dan fungsi.
- ✓ Menjelaskan cara menyajikan relasi berdasarkan ciri-cirinya.
- ✓ Menjelaskan cara menyajikan fungsi berdasarkan ciri-cirinya.
- ✓ Menjelaskan nilai fungsi dan grafik fungsi pada koordinat Cartesius.
- ✓ Menyajikan hasil penyelesaian masalah yang terkait relasi dan fungsi.

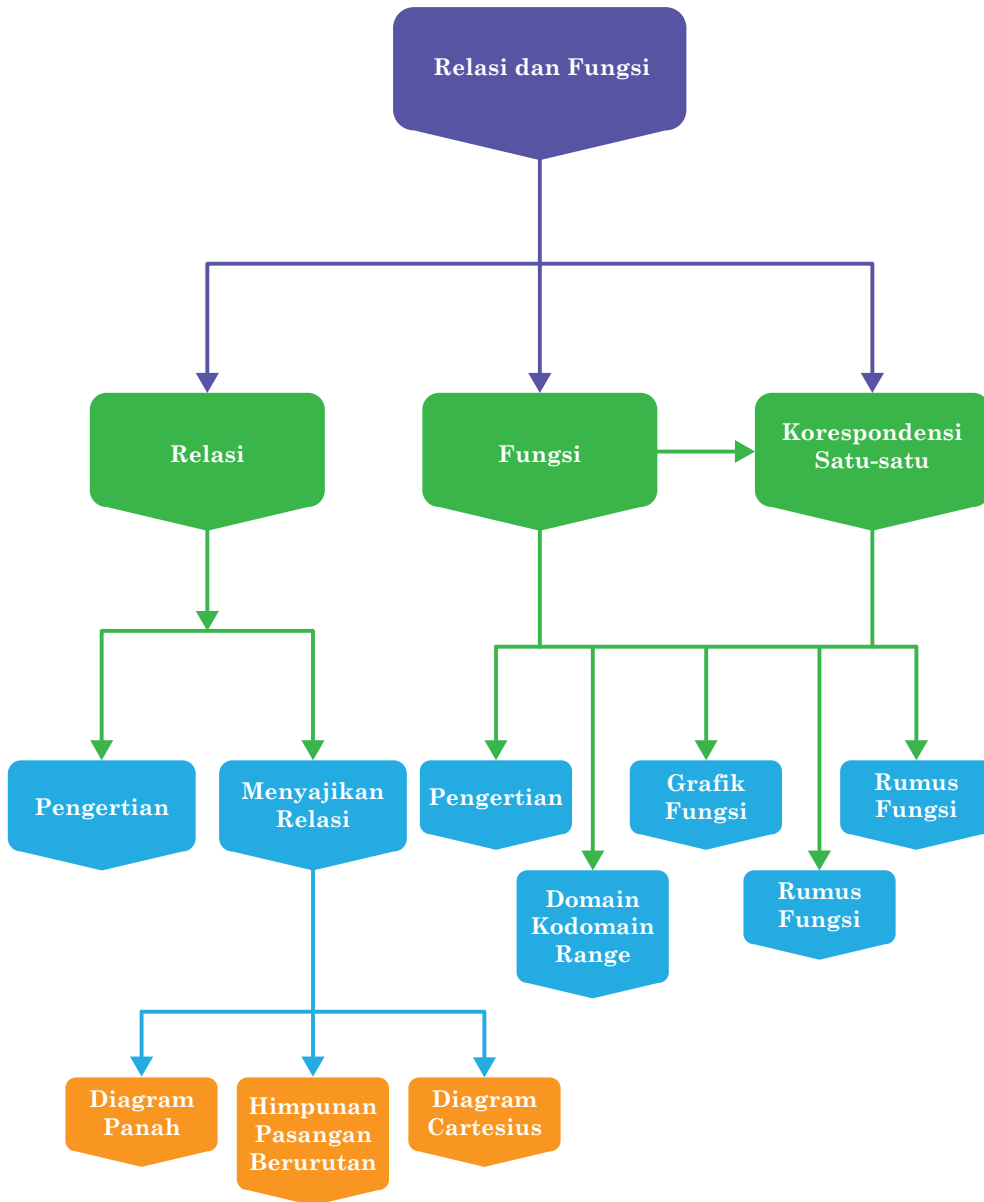
### Pertanyaan Pemantik

- Apa yang dapat kalian pahami tentang himpunan?
- Apa yang dapat kalian ketahui tentang relasi?
- Apa sajakah syarat suatu relasi dapat dikatakan sebagai fungsi?
- Apakah ada suatu fungsi dari suatu himpunan tertentu ke himpunan dirinya sendiri?
- Tunjukkan ada berapa banyak cara yang berbeda untuk menyatakan suatu fungsi dari dua himpunan.
- Bagaimana cara menghitung nilai fungsi linier?
- Karakteristik apa sajakah yang mengidentifikasi korespondensi satu-satu?

### Kata Kunci

- Himpunan,
- hubungan,
- relasi,
- fungsi,
- fungsi khusus,
- korespondensi satu-satu.

## Peta Konsep



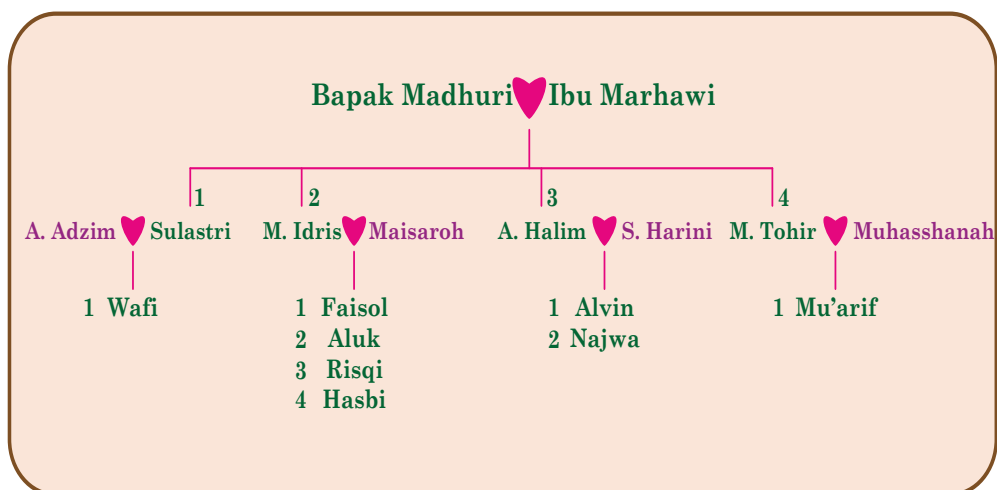
## A. Memahami Relasi

### 1. Pengertian Himpunan



Ayo Bereksplorasi

Dapatkah kalian memahami terhadap bagan silsilah keluarga pada Gambar 4.2 berikut?



Gambar 4.2 Diagram Pohon Keluarga

Pada Gambar 4.2 di atas menunjukkan silsilah pohon keluarga tertentu yang menghubungkan antara orang tua dengan anak-anaknya, yaitu keluarga besar Bani Madhuri. Adapun anak panah yang menghubungkan diantara mereka adalah mewakili pasangan antara orang tua dengan anaknya, yaitu memiliki hubungan adalah "mempunyai anak". Anak pertama dari Bani Madhuri adalah Sulastri, anak kedua adalah M. Idris, anak ketiga adalah A. Halim, dan anak keempat adalah M. Tohir.

Apabila dimisalkan himpunan  $A$  merupakan anak-anak dari Bani Madhuri tersebut, maka anggota himpunannya terdiri dari Sulastri, M. Idris, A. Halim, dan M. Tohir; sehingga anggota himpunannya bisa ditulis sebagai berikut.

$$A = \{\text{Sulastri, M. Idris, A. Halim, M. Tohir}\}$$

Jadi, banyak anggota dari himpunan  $A$  adalah ada 4 orang, dapat dinotasikan dengan  $n(A) = 4$  atau disebut dengan kardinalitas himpunan, sedangkan cucu dari Bani Madhuri tersebut bisa dimisalkan sebagai himpunan  $B$ , yakni anggota himpunan  $B$  terdiri dari A. Wafi, Faisol, Aluk, Risqi, Hasbi, Alvin, Nazwa, dan Mu'arif; sehingga anggota himpunannya bisa ditulis sebagai berikut.

$$B = \{A. Wafi, Faisol, Aluk, Risqi, Hasbi, Alvin, Najwa, Mu'arif\}$$

Jadi, banyaknya anggota himpunan  $B$  adalah 8 orang, dinotasikan dengan  $n(A) = 8$  atau disebut kardinalitas himpunan, sedangkan apabila dicermati antara himpunan  $B$  dan  $A$ , maka keduanya memiliki hubungan sebaliknya, yaitu hubungan sebagai "anak dari". Sedangkan anggota himpunan  $B$  dengan kedua orag tua tersebut dapat memiliki hubungan sebagai "cucu dari".

Dengan demikian, menunjukkan bahwa kedua himpuan tersebut sebagai salah satu jenis hubungan yang dapat dibentuk. Kemudian, coba kalian gunakan diagram pohon keluarga seperti pada Gambar 4.2 di atas untuk masing-masing silsilah keluarga kalian.

***Pengertian:***

**Himpunan** adalah kumpulan dari beberapa objek tertentu yang dapat diidentifikasi dengan jelas.

***Pengertian:***

**Himpunan semesta** adalah himpunan yang memuat seluruh anggota tertentu yang sedang dibicarakan dan dilambangkan dengan huruf  $S$ .

***Pengertian:***

**Kardinalitas** himpunan adalah bilangan yang menunjukkan banyaknya anggota himpunan dalam himpunan tertentu dan dinotasikan dengan  $n(A)$ .

## 2. Penyajian Himpunan



Gambar 4.3 Berbagai jenis makanan dari Jagung

Tahukah kalian bahwa bahan baku masakan tersebut adalah jagung? Namun, itu dapat dibuat dalam berbagai rasa, bentuk, dan tampilan. Demikian pula, himpunan dapat disajikan dalam beberapa cara tanpa mengubah maknanya.

Ada tiga cara untuk menyatakan himpunan tanpa mengubah maknanya, yaitu sebagai berikut.

### 1) Cara Deskripsi: Himpunan dinyatakan dengan cara kata-kata

Himpunan dapat direpresentasikan dengan menggambarkan karakteristik yang dimiliki setiap anggota himpunan.

#### Contoh 4.1

Himpunan  $A = \{\text{huruf vokal alfabet latin}\}$

Himpunan  $B = \{\text{kumpulan hewan ternak}\}$

Himpunan  $C = \{\text{bilangan prima kurang dari tujuh belas}\}$

Himpunan  $D = \{\text{bilangan ganjil antara 1 dan 15}\}$

### 2) Cara Enumerasi: Himpunan dinyatakan dengan cara menyebutkan anggota-anggotanya

Anggota himpunan dapat dinyatakan dengan memberikan daftar semua anggotanya. Jika anggotanya banyak, cukup dilambangkan dengan tiga titik (...) yang artinya "dan seterusnya".

### Contoh 4.2

Himpunan  $E = \{a, i, u, e, o\}$

Himpunan  $F = \{2, 3, 5, 7, 11, 17, 19\}$

Himpunan  $G = \{2, 4, 6, 8, \dots, 20\}$

Himpunan  $H = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Pada himpunan  $F$ , semua anggota himpunan dituliskan. Sedangkan pada himpunan  $G$ , tidak semua anggota himpunan dituliskan anggotanya, hanya beberapa anggota yang awal, yaitu 2, 4, 6, 8, dan anggota himpunan terakhir, yaitu 20. Jika anggotanya diurutkan dari angka 2, 4, 6, ... sampai dengan 20, dan apabila disebutkan jumlah anggotanya, ternyata ada 10 anggota.

Himpunan  $F$  dan  $G$  dinamakan sebagai **himpunan berhingga**.

Bilangan terbesar yang merupakan anggota himpunan  $H$  tidak dapat ditentukan karena tidak semua anggotanya dapat diapit oleh kurung kurawal. Jadi, jika banyak anggota dihitung, banyak anggota tidak terhingga.

Himpunan  $H$  dinamakan sebagai **himpunan tak berhingga**.

Kemudian, coba temukan minimal 5 contoh untuk himpunan berhingga dan minimal 5 contoh juga untuk himpunan tak berhingga.

#### ***Petunjuk:***

Penyajian himpunan tak berhingga lebih tepat direpresentasikan dengan cara notasi pembentuk himpunan.

### 3) Cara Notasi Himpunan: Himpunan dinyatakan dengan cara menggunakan notasi pembentuk himpunan

Konstruktor himpunan bisa digunakan untuk mengekspresikan pembentuk himpunan. Bentuk umum dari notasi ini adalah  $\{x | P(x)\}$ , dengan simbol  $x$  melambangkan anggota himpunan dan



fungsi  $P(x)$  menyatakan persyaratan yang harus dipenuhi oleh  $x$  tersebut untuk menjadi anggota himpunan. Variabel lain dapat juga digunakan untuk mengganti simbol  $x$ , seperti  $a, b, c, y, z$ , dan lain-lain.

### Contoh 4.3

Himpunan  $A = \{y \mid y > 10, \text{ dengan } y \text{ merupakan bilangan asli}\}$ .

Himpunan  $B = \{y \mid y < 20, \text{ dengan } y \text{ merupakan bilangan prima}\}$ .

Himpunan  $C = \{x \mid x < 8, \text{ dan } x \in A\}$ .

Himpunan  $D = \{x \mid 1 < x < 9, \text{ dengan } x \text{ merupakan bilangan ganjil}\}$ .

Himpunan  $E = \{x \mid 3 < x < 12, \text{ dengan } x \text{ merupakan bilangan riil}\}$ .

Untuk selanjutnya Bilangan Bulat bisa ditulis dengan huruf " $B$ ", Bilangan Cacah ditulis dengan huruf " $C$ " dan Bilangan Asli ditulis huruf " $A$ ".



#### Ayo Berpikir Kritis

Suatu himpunan yang diajukan dengan menunjukkan anggotanya, menurut Arifin, dapat disajikan hanya dalam satu cara, yaitu dengan menunjukkan sifat keanggotaannya. Menurut Bahrudin, himpunan yang disajikan oleh notasi pembentukan himpunan dapat ditentukan dengan hanya satu cara, yaitu dengan cara menuliskan anggota-anggotanya. Bagaimana menurut kalian? Jelaskan.



#### Ayo Berkomunikasi

1. Diketahui Himpunan  $A = \{\text{bilangan cacah kurang dari lima}\}$ .
  - a. Apabila menggunakan cara Enumerasi, maka himpunan  $A$  dapat ditulis menjadi  $A = \{0, 1, \dots, \dots, \dots\}$ .
  - b. Apabila dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunannya, maka himpunan  $A$  dapat dituliskan menjadi  $A = \{x \mid x < \dots, \text{ dan } x \in B\}$ .

2. Diketahui Himpunan  $B = \{x \mid -2 < x < 3, \text{ dan } x \in B\}$ .
  - a. Apabila menggunakan cara Enumerasi, maka himpunan B dapat ditlis menjadi  $B = \{-1, \dots, \dots, \dots\}$ .
  - b. Apabila disajikan dengan menyebutkan sifat keanggotaannya, maka himpunan B dapat ditulis menjadi  $B = \{\text{bilangan bulat lebih dari } \dots \text{ dan kurang dari } \dots\}$ .
3. Apabila diketahui suatu himpunan  $C = \{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$ ; maka nyatakan himpunan C tersebut dengan cara:
  - a. Deskripsi
  - b. Enumerasi
  - c. notasi himpunan
4. Apabila diketahui himpunan  $D = \{\text{suatu bilangan kurang dari 30 dan merupakan bilangan ganjil yang habis dibagi tiga}\}$ ; maka nyatakan himpunan D tersebut dengan cara:
  - a. notasi himpunan.
  - b. menyatakan anggota-anggotanya.
5. Lengkapi Tabel berikut ini.

No.	Cara Deskripsi	Cara Enumerasi	Cara Notasi Himpunan
1.	$E = \{\text{bilangan asli kurang dari 10}\}$		
2.		$F = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$	
3.			$G = \{x \mid -5 < x \leq 4, x \in B\}$
4.	$H = \{\text{bilangan ganjil kurang dari 16}\}$		
5.			$I = \{x \mid 3 < x \leq 12, x \in A\}$
6.		$J = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$	
7.		$K = \{1, 4, 9, 16, 25\}$	
8.			$L = \{x \mid x = y^2, y \in A, y \neq 3\}$



### Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan  $A = \{1, 4, 9, 16, 36, 49\}$ . Bila dinyatakan dengan notasi pembentuk Himpunan, menjadi  $A = \{x^2 \mid x \in B, x < 8 \text{ dan } x \neq 5\}$ . Coba nyatakan himpunan  $A$  tersebut dengan menggunakan kata-kata atau deskripsi yang berbeda-beda sebanyak mungkin. Semakin banyak kalian menemukannya semakin bagus.



### Ayo Mengingat Kembali

#### **Pengertian:**

Apabila Himpunan  $A$  merupakan himpunan bagian  $B$ , maka setiap anggota  $A$  juga menjadi anggota  $B$  yang dinotasikan dengan  $A \in B$ .

Apabila himpunan  $A$  bukan merupakan himpunan bagian  $B$ , maka terdapat anggota  $A$  yang bukan termasuk anggota  $B$  dengan notasi  $A \notin B$ .



### Ayo Berpikir Kreatif

Apabila himpunan  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ; maka paling sedikit salah satu himpunan semestanya harus bilangan genap. Kalau kalian? Coba temukan sebanyak 3 himpunan semesta yang berbeda yang mungkin untuk himpunan  $A$  tersebut.



### Ayo Berkomunikasi

Dari 50 siswa kelas 8 SMP Merdeka Belajar, ada sepuluh siswa yang menyukai sepak bola, bulu tangkis, dan bola basket. Siswa yang tidak menyukai ketiga permainan ini merupakan sepertiga dari mereka yang menyukai bola basket, dan lebih dari 15 siswa menyukai sepak bola.

Menurutmu dari ketiga olah raga tersebut, mana yang paling banyak disukai? Tulislah langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban tersebut.



### Ayo Berteknologi



Jika kalian ingin mempelajari contoh operasi pada himpunan dapat klik link berikut.

<https://s.id/1uhnP>



### Penguatan Karakter

Setelah kalian mempelajari materi himpunan, selain memahami tentang materi himpunan itu sendiri dengan baik, tentu ada beberapa pesan moral yang bisa kalian peroleh setelah mempelajari himpunan. Pesan moral tersebut antara lain

1. Apabila diketahui himpunan  $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ , maka himpunan semesta dari himpunan  $A$  akan berbeda-beda, namun semua benar. Ini berarti bahwa setiap orang memiliki sudut pandang dan pendapat yang berbeda karena setiap orang berpikir secara berbeda-beda. Walaupun berbeda-beda kalian tidak boleh terlalu mudah menyalahkan pendapat orang lain, tidak boleh memaksakan pendapat kepada orang lain karena ternyata semua pendapat itu ternyata benar.
2. Himpunan kosong adalah himpunan bagian dari semua himpunan. Kalau kalian memiliki hati yang bersih, tidak pernah berbohong, maka kalian akan diakui menjadi bagian dari banyak kelompok orang yang punya kepentingan berbeda-beda, kalian akan mempunyai teman yang banyak dari berbagai kelompok orang, sehingga punya jaringan yang luas dari berbagai kelompok masyarakat.
3. Banyak himpunan bagian dari suatu himpunan, ditentukan oleh banyak anggota dari himpunan tersebut. Kalau kalian mempunyai banyak teman, banyak bersilaturahmi maka kalian akan mendapatkan manfaat dan kebaikan yang banyak pula dari teman kalian.

### 3. Pengertian Relasi



Ayo Bereksplorasi



Gambar 4.4 Menu Rumah Makan

Andino berencana merayakan ulang tahunnya yang ke-13, ia meminta Natalia, Taufiq, Panggabean, dan Nyoman untuk bergabung di acara ulang tahunnya di restoran "ABC".

Restoran ABC menyajikan nasi goreng, sate, bakso, rawon, soto, dan rujak cingur. Berdasarkan daftar kesukaan mereka, setiap anak tidak memiliki pilihan makanan yang sama dan mereka memiliki kesukaan makanan yang berda.

- Andino suka "rawon dan soto", untuk saat ini dia hanya memesan rawon.
- Natalia suka "sate, rujak cingur, dan bakso", untuk saat ini dia hanya memesan rujak cingur.
- Taufiq suka "nasi goreng dan sate", untuk saat ini dia hanya memesan nasi goreng.

- d. Panggabean memesan bakso meskipun dia lebih suka "rawon, soto, dan bakso".
- e. Nyoman suka "nasi goreng dan soto", untuk saat ini dia hanya memesan soto.

Apabila dimisalkan  $A$  merupakan himpunan anak, dan  $B$  merupakan himpunan makanan, maka anggota himpunan masing-masing adalah sebagai berikut:

$$A = \{\text{Andino, Natalia, Taufiq, Panggabean, Nyoman}\}$$

$$B = \{\text{nasi goreng, sate, bakso, rawon, soto, dan rujak cingur}\}$$

Berdasarkan informasi tersebut, maka makanan yang dipesan oleh masing-masing anak adalah Andino memesan soto, Natalia memesan bakso, Taufiq memesan sate, Panggabean memesan bakso, dan Nyoma memesan soto. Nama anak dan makanan yang dipesan merupakan pasangan berurutan yang dapat dikatakan sebagai relasi atau hubungan diantara keduanya, yaitu relasi antara nama anak dengan makanan yang dipesan di warung "ABC".

**Pengertian:**

Relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah hubungan dari masing-masing anggota himpunan  $A$  ke anggota himpunan  $B$ . Dengan kata lain, dapat dinyatakan bahwa hubungan dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  dapat didefinisikan sebagai himpunan bagian dari  $A \times B$  ( $A$  cross  $B$ ). Adapun relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  dapat dikenalkan dengan tiga istilah, yaitu: (a) himpunan  $A$  dikenal sebagai daerah asal atau domain, (b) himpunan  $B$  dikenal sebagai daerah kawan atau kodomain, dan (c) himpunan bagian dari himpunan  $B$  yang semua elemennya mendapat pasangan dalam elemen-elemen himpunan  $A$  dapat disebut dengan Daerah Hasil atau *Range*.

Berdasarkan pengertian relasi di atas, menunjukkan bahwa daerah asalnya adalah  $A$ , dan daerah kawan adalah  $B$ . Sehingga relasinya dapat ditulis hubungan dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  dan dapat

dituliskan juga bahwa pasangan berurutannya adalah {(Andino, soto), (Natalia, bakso), (Taufiq, sate), (Panggabean, bakso), dan (Nyoman, soto)}.

Sekarang, coba kalian temukan beberapa masalah yang terkait materi relasi.

1. Bentuk hubungan seperti apa yang mungkin dapat dibuat?
2. Bagaimana bentuk hubungan tersebut dapat diketahui dengan pasti?



Ayo Berteknologi



Jika kalian masih belum mengerti tentang istilah Domain, Kodomain, dan Range, kalian dapat melihat di link berikut.

<http://ringkas.kemdikbud.go.id/Domain>

#### 4. Penyajian Relasi



Ayo Bereksplorasi

Hasil pengumpulan informasi mata pelajaran favorit oleh lima siswa kelas VIII dapat disajikan pada Tabel 4.1 berikut.

**Tabel 4.1** Mata Pelajaran Favorit Siswa Kelas VIII

Siswa	Mata Pelajaran Favorit
Aisyah	Matematika dan IPA
Burhan	Kesenian, IPS, dan IPA
Cintia	Keterampilan dan Olahraga
Durahman	Bahasa Inggris dan Kesenian
Eiman	Keterampilan, IPA, dan Matematika

Silakan diskusikan untuk mempresentasikan temuan data topik yang diinginkan dalam tiga cara yang berbeda, yaitu: (1) diagram panah, (2) himpunan pasangan berurutan, dan (3) pemaparan koordinat.

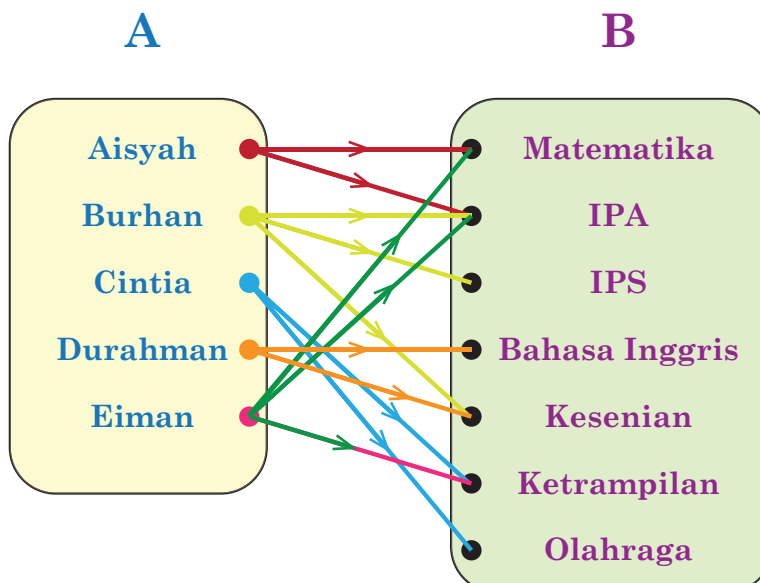
## Pembahasan

Informasi data pada Tabel 4.1 di halaman sebelumnya, dapat disajikan dengan tiga cara, yaitu cara diagram panah, cara diagram Cartesius, atau cara himpunan pasangan berurutan. Berikan perhatian khusus pada deskripsi berikut untuk memahami informasi data tersebut.

Misalkan himpunan  $A = \{\text{Aisyah, Burhan, Cintia, Durahman, Eiman}\}$ , himpunan  $B = \{\text{Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga}\}$ , dan "mata pelajaran favorit" adalah relasi antara himpunan  $A$  dan  $B$ .

### Cara Pertama: Diagram Panah

Pada Gambar 4.5 menunjukkan adanya relasi "mata pelajaran favorit" dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ . Anak panah mewakili anggota himpunan  $A$  yang terkait dengan anggota himpunan  $B$ .

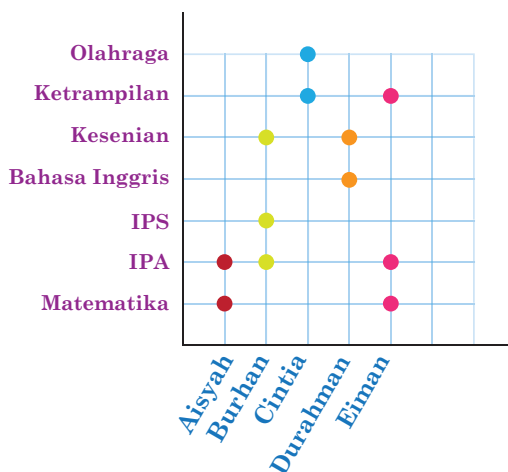


Gambar 4.5 mata pelajaran favorit



## Cara Kedua: Pemaparan Koordinat

Pemaparan Koordinat adalah pendekatan kedua untuk menggambarkan hubungan antara himpunan  $A$  dan  $B$ . Anggota himpunan  $A$  berada pada sumbu horizontal, sedangkan anggota himpunan  $B$  berada pada sumbu vertikal. Noktah atau titik melambangkan setiap pasangan anggota himpunan  $A$  yang terhubung dengan anggota himpunan  $B$ . Pada Gambar 4.5 menunjukkan pemaparan koordinat dari relasi “mata pelajaran favorit” berdasarkan data pada Tabel 4.1.



Gambar 4.6 Pemaparan Koordinat Favorit

## Cara Ketiga: Himpunan Pasangan Berurutan

Jika data pada Tabel 4.1 di atas disajikan dengan cara pasangan berurutan, maka data tersebut dapat ditulis seperti uraian berikut.

Berikut ini penulisan dengan cara Himpunan Pasangan Berurutan dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ .

$\{(Aisyah, Matematika), (Aisyah, IPA), (Burhan, IPA), (Burhan, IPS), (Burhan, Kesenian), (Cintia, Keterampilan), (Cintia, Olahraga), (Durahman, Bahasa Inggris), (Durahman, Kesenian), (Eiman, Matematika), (Eiman, IPA), (Eiman, Keterampilan)\}$

Penyajian pada uraian tersebut di atas mengilustrasikan bahwa ada tiga macam cara yang dapat digunakan untuk merepresentasikan hubungan antara himpunan  $A$  dan  $B$ .

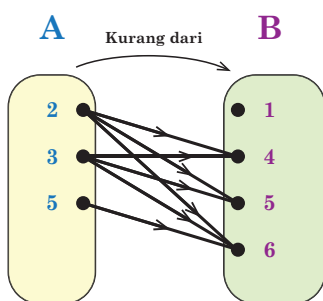
### Contoh 4.4

Apabila diketahui suatu himpunan  $A = \{2, 3, 5\}$ ; himpunan  $B = \{1, 4, 5, 6\}$ ; dan relasi dari  $A$  ke  $B$  adalah “*kurang dari*”, maka coba diskusikan bentuk relasi dari kedua himpunan tersebut:

1. sajikan dengan cara diagram panah, lalu tentukan: domain, kodomain dan range;
2. sajikan dengan cara koordinat Cartesius;
3. sajikan dengan cara himpunan pasangan berurutan.

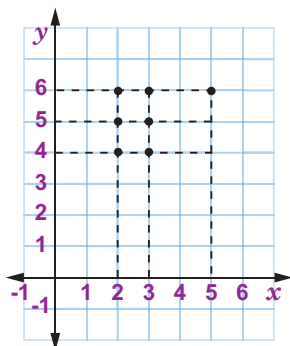
#### Alternatif penyelesaian

1. diagram panah



$$\begin{aligned} \text{Domain} &= \{2, 3, 5\} \\ \text{Kodomain} &= \{1, 4, 5, 6\} \\ \text{Range} &= \{4, 5, 6\} \end{aligned}$$

2. koordinat Cartesius



3. himpunan pasangan berurutan

Himpunan pasangan berurutan

$$= \{(2, 4); (2, 5); (2, 6); (3, 4); (3, 5); (3, 6); (5, 6)\}$$



### Ayo Berkomunikasi

Diketahui ada dua himpunan bilangan, yaitu bilangan  $A = \{\text{bilangan bulat antara 2 dan 7}\}$  dan  $B = \{\text{enam bilangan cacah pertama}\}$ . Apabila relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah "*satu lebihnya dari*", maka coba tentukan daerah domain, kodomain, dan rangenya.

#### Jawaban Siswa A

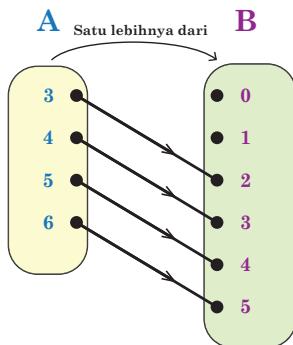
Diketahui  $A = \{\text{bilangan bulat antara 2 dan 7}\}$

$B = \{\text{enam bilangan cacah pertama}\}$

Lalu, mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$  dan  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Kemudian, untuk menentukan domain, kodomain, dan range dengan diagram panah



Berdasarkan diagram panah tersebut, didapat daerah ketiganya adalah

Domain  $= \{3, 4, 5, 6\}$

Kodomain  $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

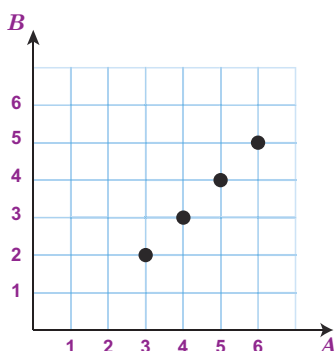
Range  $= \{2, 3, 4, 5\}$

#### Jawaban Siswa B

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$  dan  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Untuk menentukan domain, kodomain, dan range dengan diagram Cartesius



Dengan demikian, didapat

$$\text{Domain} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{Kodomain} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{Range} = \{2, 3, 4, 5\}$$

### Jawaban Siswa C

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$$A = \{3, 4, 5, 6\} \text{ dan } B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah "*satu lebihnya dari*", maka himpunan pasangan berurutannya adalah  $\{(3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)\}$

Oleh karena itu, maka daerah domain, kodomain, dan rangenya didapat:

$$\text{Domain} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{Kodomain} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{Range} = \{2, 3, 4, 5\}$$

Ada tiga siswa yang menjawab soal tersebut dengan cara yang berbeda. Manakah dari jawaban ketiga siswa yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan yang baik?



**Ayo Berpikir Kreatif**

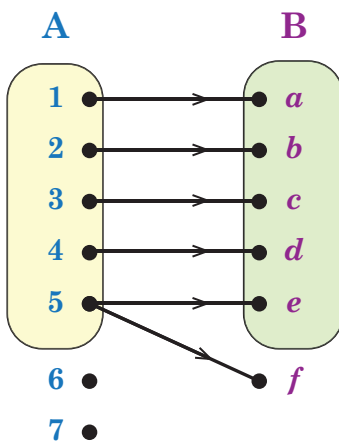
Diketahui himpunan  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , dan himpunan  $B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49\}$ ; relasi antara anggota himpunan  $A$  dan  $B$  adalah akar dari. Hubungan ini dapat dinyatakan dalam pasangan berurutan, seperti  $(2, 4)$ , yang menunjukkan dua faktor dari empat;  $(3, 9)$ , yang berarti tiga hasil akar dari sembilan; dan seterusnya. Jadi, himpunan

relasi dari pasangan terurut adalah  $\{(2,4); (3,9); (5,25); (6,36); (7,49)\}$ . Cobalah temukan untuk membuat setidaknya tiga contoh lebih lanjut dari hubungan antara anggota himpunan  $A$  dan  $B$ , coba temukan 3 macam relasi lain yang berbeda dari  $A$  dan  $B$ . Hubungan tersebut kemudian dapat ditunjukkan dengan menggunakan cara diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.



### Ayo Berpikir Kritis

Perhatikan Gambar 4.7 pada halaman berikut.



Gambar 4.7 Diagram

Durahman mengatakan bahwa diagram pada Gambar 4.7 termasuk bukan relasi, karena ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan  $B$  dipasangkan dengan anggota himpunan  $A$ , yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf  $f$ . Akan tetapi, hubungan dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  merupakan relasi”. Sedangkan Bahrudin mengatakan bahwa “diagram pada Gambar 4.7 termasuk relasi, meskipun ada satu anggota yang bukan merupakan anggota

dari himpunan  $B$  dipasangkan dengan anggota himpunan  $A$ , yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf  $f$ . Akan tetapi, hubungan dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  bukan merupakan relasi”. Bu Muhas menyimak terhadap kedua pendapat tersebut dan memberikan tanggapan bahwa pernyataan yang tepat adalah pendapat Pak Durahman. Apakah kalian setuju dengan tanggapan Bu Muhas? Coba jelaskan alasan kalian.



### Ayo Berteknologi

Setelah kalian mempelajari materi relasi pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang relasi dengan mengunjungi laman berikut.



### Cara Mudah Memahami Relasi.

[s.id/1uhod](https://s.id/1uhod)



### Pengembangan Materi Relasi.

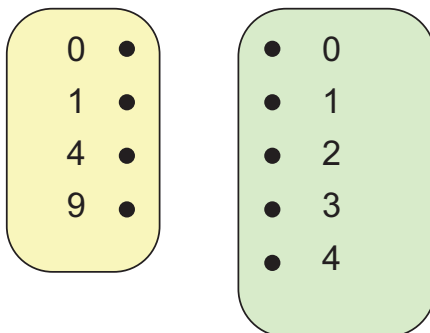
<http://ringkas.kemdikbud.go.id/MateriRelasi>

## Soal Latihan 4.1



### Ayo Berpikir Kreatif

1. Apabila diketahui himpunan  $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\}$  dan himpunan  $B = \{1, 2, 3, 5\}$ ; maka kemungkinan relasi antara anggota himpunan  $A$  dan  $B$  adalah dua kali dari. Hasilnya, himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah  $\{(2,1);(4,2);(6,3);(10,5)\}$ . Dapatkah kalian menemukan setidaknya tiga contoh lebih lanjut dari hubungan antara anggota himpunan  $A$  dan  $B$ ? Hubungan tersebut kemudian ditunjukkan dengan menggunakan diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.
2. Berdasarkan diagram berikut ini, bagaimana cara menentukan aturan relasi yang mungkin didapat? Jelaskan.



3. Perhatikan dua himpunan berikut.



- a. Cobalah identifikasi kemungkinan hubungan antara dua himpunan tersebut.
  - b. Berdasarkan hubungan tersebut yang telah kalian buat, coba gambar diagram panahnya yang menghubungkan setiap anggota himpunan  $A$  ke setiap anggota himpunan  $B$ .
4. Diketahui Himpunan  $C = \{3, 4\}$ ; himpunan  $D = \{3, 4, 5\}$ ; dan relasi dari himpunan  $C$  ke  $D$  adalah “kurang dari”. Nyatakan relasi tersebut dalam tiga cara berikut:
- a. Diagram panah
  - b. Diagram Cartesius
  - c. Himpunan pasangan berurutan
5. Apabila relasi himpunan  $E$  ke  $F$  merupakan “akar dari” dengan diketahui himpunan  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  dan himpunan  $F = \{1, 2, 4, 9, 12, 16, 20, 25, 36, 49\}$ , maka nyatakan relasi tersebut dengan tiga cara berikut ini:
- a. himpunan pasangan berurutan.
  - b. diagram panah;
  - c. diagram Cartesius.
6. Tunjukkan hubungan antara dua himpunan di bawah ini dengan menggunakan cara diagram panah, diagram Cartesius, atau himpunan pasangan berurutan.
- a. Apabila diketahui himpunan  $P = \{2, 6, 8, 9, 15, 17, 21\}$  dan  $Q = \{3, 4, 5, 7\}$ ; maka nyatakan hubungan dari himpunan

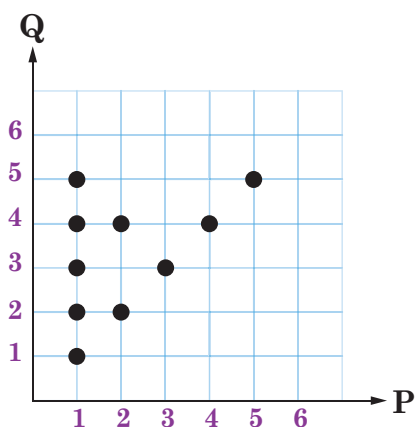
$P$  ke himpunan  $Q$  yang relasinya "kelipatan dari" dengan menggunakan cara diagram panah.

- b. Apabila diketahui  $R = \{2, 3, 5, 9, 12\}$  dan  $S = \{1, 4, 7, 10, 13\}$ ; maka nyatakan hubungan dari himpunan  $R$  ke himpunan  $S$  yang relasinya "satu lebihnya dari" dengan menggunakan cara diagram cartesius.
- c. Apabila diketahui  $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  dan  $U = \{3, 4, 5, 6, 8\}$ ; maka nyatakan hubungan dari himpunan  $T$  ke himpunan  $U$  yang relasinya "faktor dari" dengan menggunakan cara himpunan pasangan berurutan



**Ayo Berpikir Kritis**

7. Apabila diketahui dua himpunan  $K$  dan  $L$ , yaitu  $K = \{0, 1, 2, 3\}$  dan  $L = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ . Tuliskan sebanyak mungkin hubungan yang dapat kalian temukan dari himpunan  $K$  ke himpunan  $L$  dan nyatakan dalam tiga cara yang telah kalian pelajari.
8. Perhatikan Gambar berikut.



Berdasarkan pemaparan koordinat pada Gambar di atas, tentukan relasi yang mungkin terbentuk, kemudian nyatakanlah dengan cara Diagram Panah dan Himpunan Pasangan Berurutan.

9. Doni, Alif, Sinta, Burhan, Durahman, dan Ridlo termasuk enam siswa kelas VIII SMP Merdeka Belajar. Mereka memiliki banyak ukuran sepatu. Doni dan Sinta memakai ukuran sepatu yang sama,



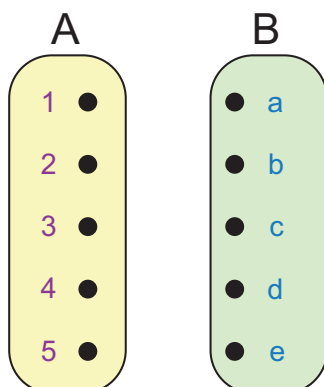
yaitu ukuran 38. Alif memakai sepatu ukuran 37. Burhan memakai sepatu ukuran 40. Sementara itu, Durahman dan Ridlo sama-sama memakai sepatu ukuran 39.

- Nyatakanlah dengan cara Diagram Panah yang dapat menghubungkan antara nama siswa kelas VIII SMP Merdeka Belajar dengan ukuran sepatunya.
- Gunakan koordinat Cartesius untuk menggambar hubungan relasi tersebut.
- Nyatakanlah dengan cara himpunan pasangan berurutan yang dapat dibentuk hubungan relasi tersebut.



### Ayo Berpikir Kreatif

10. Perhatikan gambar berikut ini.



Candra menyatakan "Meskipun kedua himpunan tidak memiliki satu hubungan di antara mereka, diagram pada gambar di samping ini dapat diklaim sebagai relasi. Hubungannya adalah tidak ada hubungan atau himpunan kosong. Dahlan menyatakan bahwa "Diagram pada gambar di samping ini tidak dapat diklaim sebagai suatu relasi karena dua himpunan tidak ada satu anggota pun yang berpasangan dengan yang lain, namun tetap dianggap sebagai suatu relasi. Sehingga tidak memiliki relasi antara kedua himpunan tersebut". Pak Mamad mengatakan bahwa pernyataan yang benar adalah milik Candra. Setujukah kalian dengan jawaban Pak Mamad? Apa alasanmu, jelaskan.

## B. Memahami Fungsi

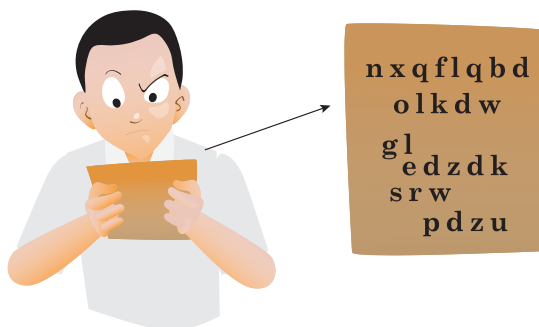
### 1. Karakteristik Fungsi

Melalui kegiatan mencari pesan yang cocok pada suatu kode sandi, kalian akan belajar dan memahami karakteristik fungsi.



Ayo Bereksplorasi

Pak Ahmad memberikan suatu pesan kepada Rudi seperti Gambar 4.8 berikut. Dapatkah kalian membantu Rudi dalam memahami pesan tersebut?



Gambar 4.8 Rudi membaca pesan

Tentu kalian juga akan kebingungan membaca pesan tersebut tanpa mengetahui pesan lain yang cocok. Berbeda halnya jika kalian diberikan kode pesan lain oleh Pak Ahmad seperti berikut ini.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Berdasarkan kode pada pesan kata sandi di atas menunjukkan bahwa huruf **A** dapat di tulis dengan huruf *d*, huruf **B** dapat di tulis dengan *e*, huruf **C** dapat di tulis dengan *f* dan begitu juga huruf-huruf berikutnya, sehingga pesan kata sandi yang diberikan kepada Rudi oleh Pak Ahmad pada Gambar 4.8 memiliki arti seperti berikut ini.

**KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POHON MAWAR**

Oleh karena itu, sekarang pesan kata sandi tersebut telah memiliki arti yang jelas.



### Ayo Berpikir Kreatif

Ada berbagai kelompok benda atau bentuk lain dalam kehidupan sehari-hari yang memiliki pasangan yang cocok dan hanya tepat satu. Berikan contoh yang lain benda ataupun hal lain yang hanya memiliki satu pasangan yang cocok.

## 2. Ciri-Ciri Fungsi



### Ayo Mencoba

Perhatikan panduan pembuatan kata sandi berikut:

#### Aturan I:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

#### Aturan II:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
k	i	j	h	g	f	e	d	c	b	a	z	y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m	l

#### Aturan III:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q

#### Aturan IV:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
z	y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m	l	k	j	i	h	g	f	e	d	c	b	a

Kemudian, perhatikan juga daftar nama hewan berikut ini.

1. Komodo
2. Harimau
3. jalak
4. CENDRAWASIH
5. GAJAH

Nama-nama hewan yang disebutkan di atas adalah beberapa nama hewan langka yang harus dilindungi. Dengan menggunakan panduan yang diuraikan di atas, kalian dapat mengubah nama hewan menjadi kata sandi. Untuk menghindari sekedar membayangkan, pertimbangkan untuk melengkapi Tabel 4.2 (mungkin dalam *spreadsheet* yang berbeda) dengan memperhatikan kata sandi yang dibuat.

**Tabel 4.2** Aturan Kata Sandi

Kata Asal	Setiap Kata Sandi yang Dihasilkan oleh Aturan Terkait			
	Aturan I	Aturan II	Aturan III	Aturan IV
Komodo				
Harimau				
jalak				
CENDRAWASIH				
GAJAH				

Periksa untuk melihat apakah kata sandi untuk setiap nama hewan memiliki sifat tunggal. Apakah setiap nama dikodekan menggunakan satu sandi saja?

Beberapa kemungkinan kata sandi dapat ditemukan pada tabel di bawah ini jika kalian bekerja cukup keras. Lengkapi isi tabel di bawah ini.

Kata Asal	Setiap Kata Sandi yang Dihasilkan oleh Aturan Terkait			
	Aturan I	Aturan II	Aturan III	Aturan IV
Komodo	<i>nrprgr</i>			
Harimau		<i>dktcykq</i>		
jalak				<i>qzozp</i>
CENDRAWASIH			<i>35e4i1n1j98</i>	
GAJAH		<i>ekbkd</i>		

Kalian berhak mengajukan beberapa pertanyaan tertentu sebagai pemikir kritis dan kreatif. Berikut ini sebagai contoh:

1. Aturan manakah yang paling aman digunakan mulai dari aturan I hingga aturan IV? Mengapa demikian?
2. Kata "GAJAH" disandikan sebagai "*ekbkd*" menurut aturan II. Apa keuntungan dan kerugian dari aturan pengkodean ini?
3. Cari sedikitnya tiga pertanyaan lain yang sesuai dengan aturan penggunaan sandi seperti permasalahan di atas.



#### Petunjuk

Sandi aman adalah sandi yang sulit/tidak dapat ditebak atau dipecahkan dengan menggunakan alat bantu apapun.

#### ***Pengertian:***

Fungsi adalah relasi khusus yang menghubungkan setiap anggota daerah asal dengan tepat satu anggota daerah kawan.



### Ayo Berpikir Kritis

Tasya mengatakan bahwa setiap relasi pasti bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi belum tentu disebut sebagai relasi. Sedangkan Rosi justru mengatakan bahwa setiap relasi belum tentu bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi pasti bisa disebut sebagai relasi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari mereka? Jelaskan.

### Contoh 4.5

Misalkan diketahui himpunan  $P = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  dan himpunan  $Q = \{4, 5, 7, 9\}$ . "satu lebihnya dari" adalah relasi yang ditentukan. Apakah hubungan antara  $P$  dan  $Q$  merupakan fungsi?

#### Alternatif penyelesaian

Lakukan langkah-langkah berikut untuk menentukan apakah hubungan dari himpunan  $P$  ke himpunan  $Q$  merupakan fungsi atau bukan.

Hubungan antara himpunan  $P$  dan  $Q$  diketahui adalah satu lebihnya dari.

Jadi, kumpulan pasangan berurutan dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan ini, yaitu  $\{(5,4), (6,5)\}$ .

Periksa anggota himpunan  $P$  yang tidak terhubung ke himpunan  $Q$ .

Angka-angka 3, 4, dan 7 adalah anggota himpunan  $P$  yang tidak memiliki pasangan di himpunan  $Q$ .

Kasus seperti ini dikarenakan tidak ada bilangan  $x$  dalam himpunan  $Q$  yaitu "3 adalah satu lebihnya dari  $x$  dalam himpunan  $Q$ ", "4 adalah satu lebihnya dari  $x$  dalam himpunan  $Q$ ", atau "7 adalah satu lebihnya dari  $x$  dalam himpunan  $Q$ ".

Dikarenakan ada anggota himpunan  $P$  tidak memiliki pasangan di himpunan  $Q$ , maka relasi ini bukan merupakan fungsi dari himpunan  $P$  ke himpunan  $Q$ .

### Contoh 4.6

Misalkan diketahui himpunan  $R = \{3, 6, 9, 12\}$  dan himpunan  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . "Anggota  $R$  adalah tiga kali anggota  $S$ " merupakan relasi yang telah ditentukan. Apakah relasi himpunan  $R$  dan  $S$  merupakan fungsi?

#### Alternatif penyelesaian

Lakukan langkah-langkah berikut untuk menentukan apakah relasi dari himpunan  $R$  ke himpunan  $S$  merupakan fungsi atau bukan fungsi.

Diketahui bahwa relasi dari himpunan  $R$  ke himpunan  $S$  diketahui merupakan anggota himpunan  $R$  tiga kali anggota himpunan  $S$ .

Kemudian dapat dinyatakan dalam bentuk pasangan berurutan seperti berikut ini:  $\{(3, 1); (6, 2); (9, 3); (12, 4)\}$ .

Coba kalian perhatikan, berbeda dengan contoh soal sebelumnya bahwa setiap anggota  $R$  mempunyai pasangan ke  $S$ , meskipun anggota di  $S$  beberapa tidak memiliki pasangan, yakni: Beberapa anggota  $S$  yang tidak berpasangan adalah 6 dan 7

Oleh karena itu, relasi ini merupakan fungsi dari himpunan  $R$  ke himpunan  $S$ , karena setiap anggota himpunan  $R$  memiliki pasangan di himpunan  $S$ .



#### Ayo Bereksplorasi

Perhatikan dengan cermat pada Tabel 4.3, pahami dan temukan alasan terkait karakteristik contoh fungsi dan bukan fungsi. Komunikasi hasil temuan kalian dengan penjelasan yang lugas dan menarik. Apabila diketahui relasi dari himpunan  $P$  ke  $Q$  adalah  $P = \{1, 2, 3\}$  dan  $Q = \{a, b\}$ , maka Tabel 4.3 berikut contoh fungsi dan bukan fungsi yang dapat dibuat.

**Tabel 4.3** Contoh Fungsi dan Bukan Fungsi

Contoh Fungsi	Contoh Bukan Fungsi
1. $\{(1, a); (2, a); (3, a)\}$	1. $\{(1, a); (2, a); (2, b)\}$
2. $\{(1, a); (2, a); (3, b)\}$	2. $\{(1, a); (1, b); (3, b)\}$
3. $\{(1, a); (2, b); (3, a)\}$	3. $\{(1, b); (2, b); (2, b)\}$
4. $\{(1, a); (2, b); (3, b)\}$	4. $\{(1, b); (3, a); (3, b)\}$
5. $\{(1, b); (2, a); (3, a)\}$	5. $\{(1, b); (2, a); (2, b)\}$
6. $\{(1, b); (2, b); (3, b)\}$	6. $\{(2, a); (2, b); (3, a)\}$
7. $\{(1, b); (2, a); (3, b)\}$	7. $\{(2, a); (2, b); (2, c)\}$
8. $\{(1, b); (2, b); (3, a)\}$	8. $\{(3, a); (3, b); (3, c)\}$

Coba pusatkan perhatian kalian pada dua pertanyaan di bawah ini.

1. Apakah setiap anggota himpunan  $P$  terhubung dengan anggota himpunan  $Q$ ?
2. Berapa banyak anggota himpunan  $Q$  yang terhubung pada satu anggota himpunan  $P$ ?

Selanjutnya, lengkapilah isi Tabel 4.6 berikut ini.

**Tabel 4.4** Statement Fungsi dan Bukan Fungsi

No.	Contoh Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan $P$ berpasangan dengan anggota himpunan $Q$ ? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a); (2, a); (3, a)\}$		
2	$\{(1, a); (2, a); (3, b)\}$		
3	$\{(1, a); (2, b); (3, a)\}$		
4	$\{(1, a); (2, b); (3, b)\}$		



No.	Contoh Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan $P$ berpasangan dengan anggota himpunan $Q$ ? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
5	$\{(1, b); (2, a); (3, a)\}$		
6	$\{(1, b); (2, b); (3, b)\}$		
7	$\{(1, b); (2, a); (3, b)\}$		
8	$\{(1, b); (2, b); (3, a)\}$		

No.	Contoh Bukan Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan $P$ berpasangan dengan anggota himpunan $Q$ ? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a); (2, a); (2, b)\}$		
2	$\{(1, a); (1, b); (3, b)\}$		
3	$\{(1, b); (2, b); (2, b)\}$		
4	$\{(1, b); (3, a); (3, b)\}$		
5	$\{(1, b); (2, a); (2, b)\}$		
6	$\{(2, a); (2, b); (3, a)\}$		
7	$\{(2, a); (2, b); (2, c)\}$		
8	$\{(3, a); (3, b); (3, c)\}$		

Kemudian, pada pada lembar kerja kalian, catat kesimpulan kalian berdasarkan kegiatan di atas.



### Ayo Berpikir Kreatif

Buatlah hipotesis atau dugaan tentang sifat-sifat suatu fungsi dan tuliskan di atas kertas kalian.

Kemudian, coba diskusikanlah dengan rekan-rekan kelompok kalian tentang suatu fungsi yang dapat dibuat dengan menggabungkan dari kedua himpunan di bawah ini.

- a.  $K = \{1, 2, 3, 4\}$  ke  $L = \{p, q\}$
- b.  $M = \{p, q\}$  ke  $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Berdasarkan kegiatan tersebut, coba kalian simpulkan.

Selanjutnya, cobalah kalian terapkan hasil kesimpulan tersebut dalam memeriksa apakah kesimpulan yang kalian dapatkan adalah benar atau tidak?



### Ayo Berkomunikasi

#### Menentukan Banyak Fungsi yang Mungkin

Diketahui  $A = \{a\}$ ;  $B = \{5, 7\}$  dan  $C = \{x, y, z\}$

Sajikan dengan cara diagram panah terhadap fungsi berikut ini:

1. fungsi  $A$  ke  $B$
2. fungsi  $A$  ke  $C$
3. fungsi  $B$  ke  $C$
4. fungsi  $C$  ke  $A$
5. fungsi  $C$  ke  $B$

Kemudian, lengkapi Tabel 4.5 berikut berdasarkan hasil kerja kalian dapatkan.

**Tabel 4.5** Banyak Fungsi yang Mungkin

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
1.	fungsi $A$ ke $B$	1	2	
2.	fungsi $A$ ke $C$	1	3	

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
3.	fungsi $B$ ke $C$	2	3	
4.	fungsi $C$ ke $A$	3	1	
5.	fungsi $C$ ke $B$	3	2	

Apa kesimpulan yang kalian dapatkan berdasarkan hasil pada tabel tersebut di atas? Jelaskan.



#### Ayo Berteknologi

Setelah kalian mempelajari materi fungsi pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang relasi dengan mengunjungi laman berikut dan melakukan kegiatan pencarian di Youtube berdasarkan kata kunci yang diberikan.



#### Cara Mudah Memahami Fungsi.

[s.id/1uhoH](https://www.youtube.com/s.id/1uhoH)

#### Syarat Fungsi.

Coba pelajari tentang konsep suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Syarat Fungsi atau Pemetaan"

#### Banyak Pemetaan.

Coba pelajari tentang konsep banyak pemetaan suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "banyak pemetaan".

## Soal Latihan 4.2

1. Perhatikan dengan cermat terhadap aturan kata sandi berikut ini

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	a	s	d	f	g	h	j	k	l	z	x	c	v	b	n	m

Cobalah tulis makna pesan dari kata sandi berikut ini:

- uxkxax qrqsqi gkqfu zxqax ro ltagsqi*
- gkqfu zxqax qrqsqi uxkxax atzoaq ro kxdqi*

Kemudian, cobalah juga sandikan pesan berikut ini:

- MATEMATIKA ADALAH KEHIDUPANKU
- SAYA ANAK INDONESIA

2. Himpunan  $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$  dan himpunan  $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ .
- Apabila relasi nya adalah "setengah dari", maka tentukan anggota himpunan  $A$  yang mempunyai pasangan pada himpunan  $B$ . Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?
  - Apabila relasinya adalah "kuadrat dari", maka tentukan anggota himpunan  $B$  yang mempunyai pasangan pada himpunan  $A$ . Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?



### Ayo Berpikir Kritis

3. Farida mengatakan bahwa relasi itu dapat disebut sebagai himpunan bagian dari fungsi, sehingga kedudukan fungsi lebih tinggi dari pada relasi. Sedangkan Galih mengatakan bahwa saya tidak setuju dengan pendapat Farida. Setujukah kalian dengan pendapat Galih? Jelaskan.



### Ayo Berkomunikasi

4. Coba perhatikan dan pahami contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut. Kemudian coba kalian pikirkan informasi

apa yang perlu ditambahkan agar alternatif penyelesaian soal lebih komunikatif lagi.

### Contoh 4.7

Apakah himpunan pasangan berurutan dari himpunan  $B$  ke himpunan  $A$  merupakan fungsi atau bukan fungsi, apabila diketahui himpunan  $B = \{p, q\}$  dan himpunan  $A = \{k, l, m, n\}$ ? Jelaskan.

- |                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| 1. $\{(p, k); (q, k)\}$ | 4. $\{(p, m); (q, t)\}$         |
| 2. $\{(p, k); (q, l)\}$ | 5. $\{(p, l); (p, m)\}$         |
| 3. $\{(p, k); (q, m)\}$ | 6. $\{(q, n); (q, m); (p, k)\}$ |
| 4. $\{(p, l); (q, n)\}$ | 7. $\{(p, k), (q, l); (p, t)\}$ |

### Alternatif penyelesaian

Berikut ini merupakan alternatif penyelesaian yang mungkin didapat, apakah termasuk fungsi atau bukan fungsi dari himpunan  $B$  ke himpunan  $A$ , apabila himpunan  $B = \{p, q\}$  dan himpunan  $A = \{k, l, m, n\}$ .

No.	Hubungan dari Himpunan B ke Himpunan A	Fungsi/Bukan Fungsi
1	$\{(p, k); (q, k)\}$	Fungsi
2	$\{(p, k); (q, l)\}$	Fungsi
3	$\{(p, k); (q, m)\}$	Fungsi
4	$\{(p, l); (q, n)\}$	Fungsi
5	$\{(p, m); (q, t)\}$	Fungsi
6	$\{(p, l); (p, m)\}$	Bukan Fungsi
7	$\{(q, n); (q, m); (p, k)\}$	Bukan Fungsi
8	$\{(p, k), (q, l); (p, t)\}$	Bukan Fungsi

5. Periksa apakah dua himpunan berikut ini termasuk fungsi atau bukan fungsi? Jelaskan.
- Diketahui bahwa himpunan  $P$  dan  $Q$  memiliki anggota masing-masing adalah  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{2, 3, 5, 7\}$ . Apabila

"Faktor dari" adalah relasi yang ditentukan, maka dapatkah hubungan antara himpunan  $P$  dan  $Q$  disebut sebagai fungsi atau bukan fungsi?

- b. Diketahui bahwa himpunan  $R$  dan  $S$  memiliki anggota masing-masing adalah  $R = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 18\}$  dan  $S = \{1, 6, 9\}$ . Apabila "Anggota  $R$  sepertiga kali anggota  $S$ " adalah relasi yang ditentukan, maka dapatkah hubungan antara himpunan  $R$  dan  $S$  disebut sebagai fungsi atau bukan fungsi?



#### Ayo Berpikir Kreatif

6. Apabila diketahui himpunan  $C = \{3, 4, 5, 6\}$ ; himpunan  $D = \{4, 5, 6, 7\}$ ; dan  $g$  merupakan fungsi dari himpunan  $C$  ke  $D$ , maka untuk fungsi  $g$ , identifikasi tiga aturan yang mungkin dapat digunakan dan nyatakan dengan cara himpunan pasangan berurutan.
7. Diketahui himpunan  $P$  merupakan himpunan kuadrat sempurna dari 1 sampai 100, sedangkan himpunan  $Q$  adalah himpunan kelipatan 1 sampai 100. Akar dari adalah relasi yang menghubungkan dari himpunan  $P$  ke himpunan  $Q$ .
- a. Sebutkan semua anggota himpunan  $P$  dan himpunan  $Q$ .
- b. Berdasarkan relasi tersebut, daftar semua pasangan berurutan yang mungkin didapat.
- c. Apakah relasi tersebut di atas merupakan fungsi atau bukan fungsi?
- d. Apabila relasi tersebut merupakan fungsi, maka sertakan domain, kodomain, dan daerah hasilnya.
8. Diketahui himpunan  $E = \{p, q\}$  dan himpunan  $F = \{2, 3, 4\}$
- a. Nyatakan dengan cara himpunan pasangan berurutan yang membentuk fungsi dari himpunan  $E$  ke himpunan  $F$ .
- b. Temukan ada berapa banyak yang dapat dikatakan fungsi dari himpunan  $E$  ke himpunan  $F$ .

9. Diberikan dua item berikut, tentukan banyaknya fungsi dari himpunan  $G$  ke himpunan  $H$ :
- $G = \{\text{warna lampu lalu lintas}\}$  dan  $H = \{\text{warna pelangi}\}$
  - $G = \{x \mid x < 7, x \in \text{Bilangan Asli}\}$  dan  $H = \{-2 \leq x < 6, x \in \text{Bilangan Bulat}\}$
  - $G = \{\text{huruf pembentuk kata "INDONESIA"}\}$  dan  $H = \{\text{huruf vokal}\}$



#### Ayo Berpikir Kritis

10. Bola voli, renang, sepak bola, dan bola basket adalah satu-satunya cabang olahraga yang ditawarkan di SMP Merdeka Belajar. Dido, Fauzi, Eiman, dan Firman semuanya merupakan pemain olahraga yang berbeda-beda. Olahraga yang dimainkan Fauzi tidak menggunakan bola. Eiman seumuran lebih tua dengan pemain bola voli. Eiman dan Firman tidak bermain sepak bola. Bisakah kalian membantu dalam mencari tahu siapa pemain bola voli itu? Jelaskan alasanmu.



### 3. Bentuk Penyajian Fungsi



#### Ayo Bereksplorasi

Berikut ini adalah ketentuan tarif yang diberlakukan oleh perusahaan taksi:

- Biaya tarif awal sebesar Rp7.500,00 dan tarif per kilometer sebesar Rp3.000,00.
- Berapa besar tarif yang dibutuhkan untuk perjalanan sejauh 20 *km*, 25 *km*, 30 *km*?
- Dapatkah kalian menetapkan tarif untuk perjalanan sejauh 36 *km*?

Sejauh berapa kilometer yang dibutuhkan untuk uang sebesar Rp154.500,00.

Hitungan aritmetika:

$$\text{Untuk biaya } 20 \text{ km} = \text{Rp}7.500,00 + 20 \times \text{Rp}3.000,00 = \text{Rp}67.500,00$$

$$\text{Untuk biaya } 25 \text{ km} = \text{Rp}7.500,00 + 25 \times \text{Rp}3.000,00 = \text{Rp}82.500,00$$

$$\text{Untuk biaya } 30 \text{ km} = \text{Rp}7.500,00 + 30 \times \text{Rp}3.000,00 = \text{Rp}97.500,00$$

Bagaimanakah cara kalian menentukan rumus fungsinya?

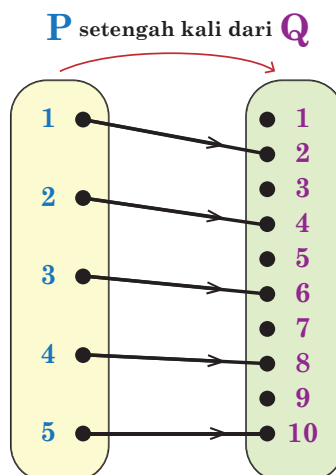
Sekarang, coba kalian perhatikan dengan cermat beberapa cara berikut dalam menyajikan fungsi yang sering digunakan dalam matematika, sebelum menghitung rumus fungsi.

Misalkan suatu fungsi  $f$  diterapkan dari himpunan  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ke himpunan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . "setengah kali dari" merupakan relasi yang ditentukan.

Masalah ini dapat dinyatakan dalam lima cara, yaitu berikut ini.

### Cara Pertama: Diagram Panah

Misalkan suatu fungsi  $f$  dihubungkan dari himpunan  $P$  ke  $Q$  dengan anggota masing-masing  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka diagram berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.





### Cara kedua: Himpunan Pasangan Berurutan

Misalkan suatu fungsi  $f$  dihubungkan dari himpunan  $P$  ke  $Q$  dengan anggota masing-masing  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka himpunan pasangan berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

$$f = \{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$$

### Cara ketiga: Persamaan Fungsi

Misalkan suatu fungsi  $f$  dihubungkan dari himpunan  $P$  ke  $Q$  dengan anggota masing-masing  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka rumus fungsi berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

Perhatikan pola berikut untuk direpresentasikan dengan menggunakan rumus fungsi. Himpunan pasangan berurutan dari  $\{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$  dapat membentuk menjadi pola matematika sebagai berikut.

(1, 2)	menjadi	$(1, 2 \times 1)$
(2, 4)	menjadi	$(2, 2 \times 2)$
(3, 6)	menjadi	$(3, 2 \times 3)$
(4, 8)	menjadi	$(4, 2 \times 4)$
(5, 10)	menjadi	$(5, 2 \times 5)$

#### **Pengertian:**

Apabila anggota himpunan  $P$  disebut sebagai simbol  $x$  dan anggota himpunan  $Q$  disebut sebagai simbol  $y$ , maka didapat persamaan  $x = \frac{1}{2}y$ . Persamaan ini  $x = \frac{1}{2}y$  dapat diubah menjadi persamaan  $y = 2x$ , bentuk persamaan seperti ini dapat ditulis dengan notasi dan rumus fungsi seperti berikut ini:

1. Notasi fungsi;  $f : x \rightarrow y$  atau  $f : x \rightarrow f(x)$  atau  $f : x \rightarrow 2x$
2. Rumus fungsi;  $f(x) = 2x$ , untuk setiap  $x \in P$

**Bentuk seperti inilah yang disebut sebagai persamaan fungsi.**



### Ayo Berpikir Kritis

Herman mengatakan bahwa setiap fungsi pasti bisa dituliskan rumus fungsinya. Sedangkan Ida mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu bisa dituliskan rumus fungsinya. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari mereka? Jelaskan.

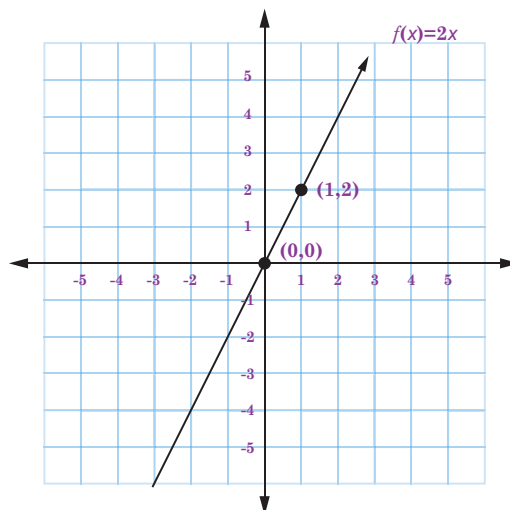
### Cara keempat: Tabel

Misalkan suatu fungsi  $f$  dihubungkan dari himpunan  $P$  ke  $Q$  dengan anggota masing-masing  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka tabel berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

### Cara kelima: Grafik

Misalkan suatu fungsi  $f$  dihubungkan dari himpunan  $P$  ke  $Q$  dengan anggota masing-masing  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka grafik berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.



Berdasarkan pembahasan di halaman sebelumnya, menunjukkan bahwa ada lima cara untuk menyatakan suatu fungsi dari himpunan  $P$  ke  $Q$ .

Kemudian, kembali ke masalah awal penentuan rumus fungsi untuk masalah tarif taksi yang dibahas di atas.

Beberapa harga sewa taksi telah disampaikan sebelumnya, selanjutnya akan ditunjukkan lebih rinci seperti uraian berikut ini.

$$\begin{aligned} \text{Besarnya biaya untuk 20 km} &= \text{Rp}7.500,00 + 20 \times \text{Rp}3.000,00 \\ &= \text{Rp}67.500,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Besarnya biaya untuk 25 km} &= \text{Rp}7.500,00 + 25 \times \text{Rp}3.000,00 \\ &= \text{Rp}82.500,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Besarnya biaya untuk 30 km} &= \text{Rp}7.500,00 + 30 \times \text{Rp}3.000,00 \\ &= \text{Rp}97.500,00 \end{aligned}$$

Cobalah perhatikan dengan cermat terhadap angka yang muncul di setiap persamaan berikut:

$$\text{Besarnya biaya untuk 20 km} = \text{Rp}7.500,00 + 20 \times \text{Rp}3.000,00$$

$$\text{Besarnya biaya untuk 25 km} = \text{Rp}7.500,00 + 25 \times \text{Rp}3.000,00$$

$$\text{Besarnya biaya untuk 30 km} = \text{Rp}7.500,00 + 30 \times \text{Rp}3.000,00$$

Perhatikan angka 20 di sebelah kiri dan angka 20 di sebelah kanan. Apa persamaan dan perbedaannya?

Perhatikan angka 7500 di sebelah kanan.

Untuk memastikannya, coba buat dan lengkapi Tabel 4.7 berikut.

**Tabel 4.7** Besar Tarif Mobil Taksi

Jarak Tempuh	Cara Menentukan Tarif Taksi
1 km	$7500 + 1 \times 3000$
2 km	$7500 + 2 \times 3000$
3 km	$7500 + 3 \times 3000$
4 km	$7500 + 4 \times 3000$
5 km	$7500 + 5 \times 3000$
6 km	$7500 + 6 \times 3000$

Jarak Tempuh	Cara Menentukan Tarif Taksi
7 km	$7500 + 7 \times 3000$
...	...
...	...
...	...
$x$ km	$7500 + x \times 3000$

Jika  $B(x)$  adalah tarif naik taksi untuk  $x$  kilometer, maka  $B(x)$  dapat dinyatakan sebagai persamaan  $B(x) = 3000x + 7500$ .



#### Ayo Berpikir Kritis

Bentuk diagram panah, himpunan pasangan berurutan, persamaan fungsi, tabel, dan grafik adalah lima bentuk representasi fungsi yang paling populer dalam Matematika. Kelima cara menyajikan fungsi tersebut tidak harus digunakan untuk setiap mengerjakan suatu soal, akan tetapi tergantung pertanyaan yang diminta dalam soal tersebut. Jailani mengatakan bahwa setiap fungsi pasti dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Sedangkan Karim mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari mereka? Jelaskan.

## 4. Nilai Fungsi dan Bentuk Fungsi

Memahami nilai fungsi ini seringkali diperlukan rumus bentuk fungsinya. Pertimbangkan contoh soal berikut.

$$f(x) = 4x - 3$$

Simbol  $x$  merupakan variabel bebas dan simbol  $y$  atau fungsi  $f(x)$  merupakan variabel terikat.

Materi seperti ini akan mengajarkan kalian bagaimana cara menghitung nilai suatu fungsi; yaitu untuk menghitung nilai suatu fungsi, maka substitusikan nilai variabel bebas ke dalam rumus fungsi yang telah ditentukan untuk mendapatkan nilai variabel terikatnya.

### Contoh 4.8

Apabila diketahui fungsi  $f: A \rightarrow B$  ditentukan oleh  $f(x) = 4x - 3$  dengan  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  dan  $B$  adalah himpunan bilangan riil. Maka hitunglah daerah hasil dari fungsi  $f$  tersebut.

#### Alternatif penyelesaian

Diketahui  $f(x) = 4x - 3$

Substitusikan setiap anggota domain  $A$  ke rumus fungsi  $f(x)$ , sehingga didapat.

$$\begin{aligned} f(-2) &= 4(-2) - 3 \\ &= -8 - 3 \\ &= -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= 4(1) - 3 \\ &= 4 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= 4(-1) - 3 \\ &= -4 - 3 \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 4(2) - 3 \\ &= 8 - 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 4(0) - 3 \\ &= 0 - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= 4(3) - 3 \\ &= 12 - 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Jadi, daerah hasil dari fungsi  $f$  tersebut adalah  $\{-11, -7, -3, 1, 5, 9\}$ .

### Contoh 4.9

Apabila diketahui fungsi  $f(x) = 3x + 1$  dan  $f(x) = -2$ , maka hitunglah nilai dari  $x$ .

#### Alternatif penyelesaian

$$f(x) = 3x + 1 \text{ dan } f(x) = -2$$

Diketahui  $f(x) = 3x + 1$

maka didapat:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3x + 1 \\
 -2 &= 3x + 1 \\
 -2 - 1 &= 3x \\
 -3 &= 3x \\
 x &= -1
 \end{aligned}$$

Jadi, nilai dari  $x$  adalah  $-1$ .

### Contoh 4.10

Diketahui fungsi linier  $f$  memiliki nilai  $-4$  ketika nilai  $x = -1$ , dan memiliki nilai  $5$  ketika  $x = 2$ . Temukan rumus fungsinya.

#### Alternatif penyelesaian

Prosedur berikut dapat dilakukan untuk menemukan rumus fungsi liniernya pada saat memiliki nilai  $-4$  ketika nilai  $x = -1$ , dan memiliki nilai  $5$  ketika  $x = 2$ .

Berdasarkan contoh soal 7 di atas, diketahui fungsi  $f$  merupakan fungsi linier. Oleh karena itu, fungsi  $f$  ini dapat disajikan dengan rumus umum  $f(x) = ax + b$ .

Sehingga didapat persamaan fungsi adalah  $f(-1) = -4$  dan  $f(2) = 5$ .

$$f(x) = ax + b, \text{ maka } f(-1) = a(-1) + b = -4$$

$$-a + b = -4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$f(2) = a(2) + b = 5$$

$$2a + b = 5 \quad \dots\dots\dots(2)$$

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$-a + b = -4$$

$$\frac{2a + b = 5}{-3a = -9} -$$

$$a = 3$$

dari nilai  $a = 3$  disubstitusikan ke salah satu persamaan, misalkan persamaan (2)

$$2a + b = 5$$

$$2(3) + b = 5$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

Sehingga nilai  $a = 3$  dan  $b = -1$

Jadi, rumus fungsi linier  $f$  adalah  $f(x) = 3x - 1$ .

Memahami nilai suatu fungsi memungkinkan juga dalam menentukan range atau daerah hasil dari fungsi tertentu yang telah didefinisikan pada himpunan bilangan riil.

#### Contoh 4.11

Apabila diketahui daerah asal suatu fungsi  $f$  dari nilai  $x$  ke bentuk  $4x - 3$  adalah  $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in R\}$ . Hitunglah daerah hasilnya. (Keterangan;  $x \in R$ :  $x$  anggota himpunan bagian dari Bilangan Riil).

#### Alternatif penyelesaian

Lakukan prosedur berikut dalam menghitung daerah asal suatu fungsi  $f$  dari nilai  $x$  ke bentuk  $4x - 3$  adalah  $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in R\}$ .

Diketahui daerah asal  $-2 \leq x < 1$ , suatu  $f$  dari nilai  $x$  ke bentuk Ubahkah bentuk nilai  $x$  pada bentuk  $4x - 3$ , seperti berikut ini.

$$-2 \leq x < 1$$

$$-8 \leq 4x < 4 \quad \text{dikalikan 4}$$

$$-8 - 3 \leq 4x - 3 < 4 - 3 \quad \text{ditambah } -3$$

$$-11 \leq 4x - 3 < 1$$

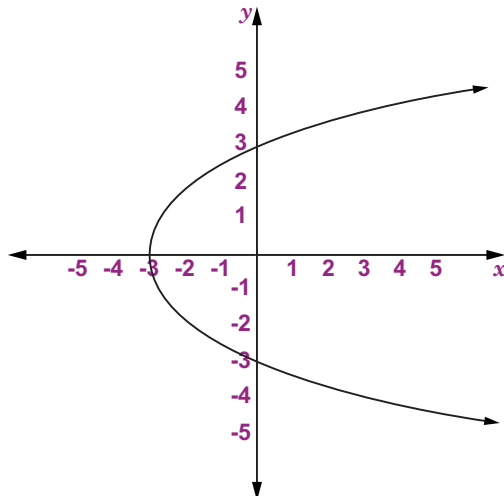
Bentuk pertidaksamaan dari  $-11 \leq 4x - 3 < 1$ , dirumuskan dengan fungsi  $f(x) = 4x - 3$ , sehingga didapat  $-11 \leq 4x - 3 < 1$

Jadi, daerah hasilnya adalah  $\{f(x) \mid -11 \leq 4x - 3 < 1\}$ .



### Ayo Berpikir Kritis

Halim dan Mawardi mendiskusikan tentang model grafik berikut.



Halim berpendapat bahwa grafik tersebut di atas merupakan grafik fungsi linier. Pada sisi lain, Mawardi tidak setuju dengan pendapat Halim. Karena Mawardi mempunyai pendapat lain, yaitu menyatakan bahwa grafik tersebut tidak termasuk grafik fungsi linier. Apakah kalian setuju dengan pendapat Halim atau Mawardi? Jelaskan.



### Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui nilai  $a = 3$  dan  $b = 4$  dari rumus fungsi  $f(x) = ax - 5$  dan  $f(b) = 7$ . Coba kalian temukan dengan beberapa alternatif penyelesaian yang mungkin didapat dalam menentukan nilai  $a$  dan  $b$  dengan nilai berbeda sehingga nilai  $a$  dan  $b$  merupakan bilangan bulat.



### Ayo Berkomunikasi

Berikut soal nomor 2 Bagian A yang terdapat pada soal OSN SMP Tingkat Provinsi Tahun 2011 pada bidang Matematika.



Jika  $f$  adalah fungsi sehingga  $f(xy) = f(x - y)$  dan  $f(6) = 1$ ,  
maka  $f(-2) - f(4) = \dots$

Manakah dari jawaban siswa berikut yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan jawaban yang baik?

Siswa	Jawaban
Siswa A (Sosuke D. Aizen)	<p>Faktor positif dari <math>6 = \{1, 2, 3, 6\}</math></p> $f(xy) = f(x - y)$ $f(6.1) = f(6 - 1)$ $f(6) = f(5)$ $1 = f(5) \rightarrow f(5) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(5.1) = f(5 - 1)$ $f(5) = f(4)$ $1 = f(4) \rightarrow f(4) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(2.3) = f(2 - 3)$ $f(6) = f(-1)$ $1 = f(-1) \rightarrow f(-1) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(-1.1) = f(-1 - 1)$ $f(-1) = f(-2)$ $1 = f(-2) \rightarrow f(-2) = 1$ <p>Jadi <math>f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0</math>.</p>

Siswa	Jawaban
Siswa B (Tutur Widodo)	<p>Berdasarkan sifat fungsi <math>f</math> diperoleh,</p> $f(-2) = f(2 \cdot (-1)) = f(2 + 1) = f(3) \quad (1)$ <p>dan</p> $f(4) = f(4 \cdot 1) = f(4 - 1) = f(3) \quad (2)$ <p>Berdasarkan pers.(1) dan pers.(2) didapat <math>f(-2) = f(4)</math>, sehingga <math>f(-2) - f(4) = 0</math></p>
Siswa C (Mohammad Tohir)	<p>Diketahui fungsi <math>f(xy) = f(x - y)</math> dan <math>f(6) = 1</math> Kemudian mencari pola dari kedua persamaan diatas agar bisa diselesaikan, yakni: mencari faktor prima dari 6, yaitu <math>3 \cdot 2</math></p> $f(6) = f(3 \times 2) = f(3 - 2) = 1, \text{ maka } f(1) = 1$ <p>sehingga untuk <math>f(2)</math>, <math>f(3)</math>, <math>f(4)</math> dan seterusnya dicari juga faktor primanya masing-masing, yakni</p> $f(2) = f(2 \times 1) = f(2 - 1) = f(1) = 1$ $f(3) = f(3 \times 1) = f(3 - 1) = f(2) = 1$ <p style="text-align: center;">.   .   . .   .   . .   .   .</p> $f(n) = 1$ <p>Dengan demikian, untuk <math>f(-2) = 1</math> dan <math>f(4) = 1</math>, Sehingga didapat <math>f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0</math> Jadi, nilai dari <math>f(-2) - f(4)</math> adalah 0</p>

### Soal Latihan 4.3

1. Diketahui dua himpunan  $P$  dan  $Q$ , yaitu himpunan  $P = \{0, 1, 4, 9\}$  dan himpunan  $Q = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ .
  - a. Tentukan hubungan fungsi dari  $P$  ke  $Q$ .

- b. Gunakan diagram panah untuk mendemonstrasikan fungsi tersebut.
- c. Nyatakan fungsi tersebut dengan menggunakan rumus fungsi.
- d. Sebuah tabel harus digunakan untuk menyajikan fungsi tersebut.
- e. Nyatakan fungsi sebagai dengan menggunakan grafik.



### Ayo Berpikir Kritis

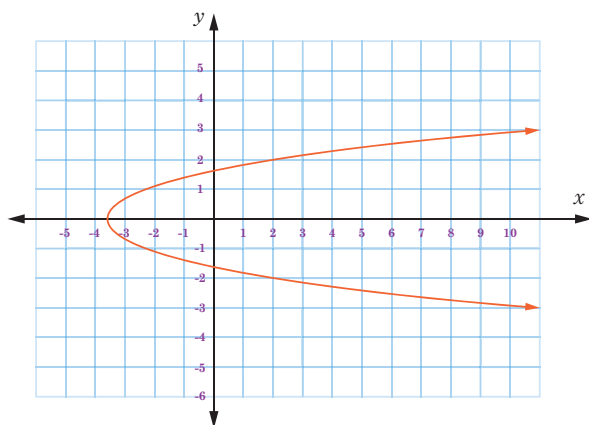
2. Ada tiga cara untuk merepresentasikan suatu relasi: diagram panah, diagram Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Sedangkan dengan cara grafik, tabel, himpunan pasangan berurutan, diagram panah, dan persamaan fungsi adalah lima cara berbeda untuk menyajikan suatu fungsi. Rika mengatakan bahwa kasus tertentu dapat dinyatakan dengan cara diagram cartesius dan grafik, keduanya merupakan dua cara yang sama dalam menyajikan relasi dan fungsi. Tetapi Miftah tidak setuju dengan pendapat Rika, justru pada kasus tertentu dapat dinyatakan dengan diagram Cartesius pada materi relasi dengan kasus tertentu dapat dinyatakan dengan grafik pada materi fungsi, keduanya merupakan dua cara yang berbeda. Kalau kalian, setujukah kalian dengan pendapat Miftah? Jelaskan.
3. Jika diketahui suatu fungsi  $f$  dengan daerah asal  $A = \{6, 8, 10, 12\}$ ; daerah kawan merupakan himpunan bilangan asli, dan fungsi liniernya adalah  $f(x) = 3x - 4$ ; maka:
  - a. Tentukan nilai dari  $f(6)$ ,  $f(8)$ ,  $f(10)$ , dan  $f(12)$ . Coba simpulkan apa sajakah yang dapat kalian dapatkan?
  - b. Sajikan fungsi linier tersebut dalam bentuk tabel.
  - c. Tentukan daerah hasil dari fungsi linier tersebut.
  - d. Sajikan fungsi linier tersebut dalam bentuk grafik.
4. Tentukan nilai dari suatu fungsi berikut ini.
  - a. Apabila diketahui suatu fungsi  $h$  dengan rumus  $h(x) = ax + 9$  Tentukan nilai fungsi  $h$  tersebut untuk nilai  $x = 3$  adalah  $-6$ .
    - 1) Temukan persamaan fungsi  $h$ . Kemudian Jelaskan.

- 2) Hitunglah nilai fungsi  $h$  untuk nilai  $x = 6$ .
  - 3) Tentukan ada berapakah banyak nilai elemen domain yang bernilai positif.
- b. Apabila diketahui suatu fungsi  $f$  dengan rumus fungsi  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ , maka tentukan nilai fungsi  $f(x)$  untuk nilai  $x = 2$  dan  $x = -3$ .



**Ayo Berpikir Kreatif**

5. Diketahui fungsi  $f(x) = ax + 8$  dan  $f(b) = -10$ . Nilai  $a$  dan  $b$  berturut-turut yang mungkin adalah  $-3$  dan  $6$ . Kalau kalian, coba temukan semua nilai  $a$  dan  $b$  yang berbeda sehingga nilai  $a$  dan  $b$  merupakan bilangan bulat. Jelaskan.
6. Jika diketahui fungsi  $f(n+1) = \frac{2f(n)+1}{2}$  untuk  $n = 1, 2, 3, \dots$ , dan  $f(1) = 2$ , maka tentukan nilai dari  $f(2023)$ .
7. Grafik di bawah ini mendefinisikan fungsi  $n$  dari himpunan bilangan riil  $R$  ke himpunan bilangan riil  $R$ .



Nyatakan fungsi tersebut dengan tiga cara berikut ini:

- a. pasangan berurutan
- b. diagram panah
- c. tabel

8. Misalkan  $f$  adalah fungsi yang didefinisikan  $f(x,y) = \frac{f(x)}{y}$  dengan  $x$  dan  $y$  bilangan riil. Tentukan  $f(600)$  jika diketahui  $f(500) = 3$ .
9. Ada sebuah tempat penampungan air di dalam rumah. Melalui kanal, air masuk bak mandi dari reservoir. Ketinggian air bak mandi mencapai 23 liter setelah 3 menit, dan menjadi 47 liter setelah 7 menit. Banyaknya air di bak mandi setelah diisikan selama  $t$  menit diberikan oleh  $V(t) = (V_0 + at)$  liter, di mana  $V_0$  adalah volume air dalam bak sebelum diisikan dan  $a$  adalah laju aliran air per menit.
  - a. Hitunglah volume air pada bak mandi sebelum sebelum diisikan air.
  - b. Berapa banyak air yang tersisa di bak mandi setelah 15 menit?
10. Perhatikan dengan cermat pada Gambar 4.9 dan Gambar 4.10 berikut.



**Gambar 4.9** Telur dan Krat Telur

Sumber: kemendikbud



**Gambar 4.10** Telur dan Mangkok

Sumber: kemendikbud

Berdasarkan kedua Gambar tersebut, maka berikut ditunjukkan yang dapat disebut sebagai contoh fungsi dan contoh bukan fungsi.

- a. Relasi dari telur ke wadah tersebut dapat disebut sebagai fungsi (Gambar 4.9). Mengapa? Jelaskan.
- b. Sedangkan relasi dari wadah tersebut ke telur dapat disebut sebagai bukan fungsi (Gambar 4.9 dan 4.10). Mengapa? Jelaskan.

Sekarang, coba carilah contoh lain di sekeliling kalian yang dapat dikatakan sebagai fungsi dan bukan fungsi.

## C. Korespondensi Satu-satu (Pengayaan)

Setelah mempelajari materi relasi dan fungsi, kalian akan terlibat dalam aktivitas pengembangan materi yang berhubungan dengan fungsi, khususnya korespondensi satu-satu. Berikan perhatian khusus pada uraian berikut untuk informasi lebih lanjut.

### 1. Pengertian Korespondensi Satu-satu

Perhatikan dengan cermat pada Gambar 4.11 di bawah, untuk memahami konsep korespondensi satu-satu, lihatlah deretan rumah di area tertentu atau dekat dengan rumah kalian. Setiap rumah dibedakan dari yang lain dengan nomor rumah yang unik. Apakah mungkin untuk memiliki dua nomor rumah di satu perumahan? Apakah juga ada kemungkinan dua rumah berbagi nomor rumah yang sama? Secara alami, jawabannya adalah tidak. Korespondensi satu-satu merupakan fungsi khusus yang menghubungkan rumah dengan nomornya.



Gambar 4.11 deretan rumah



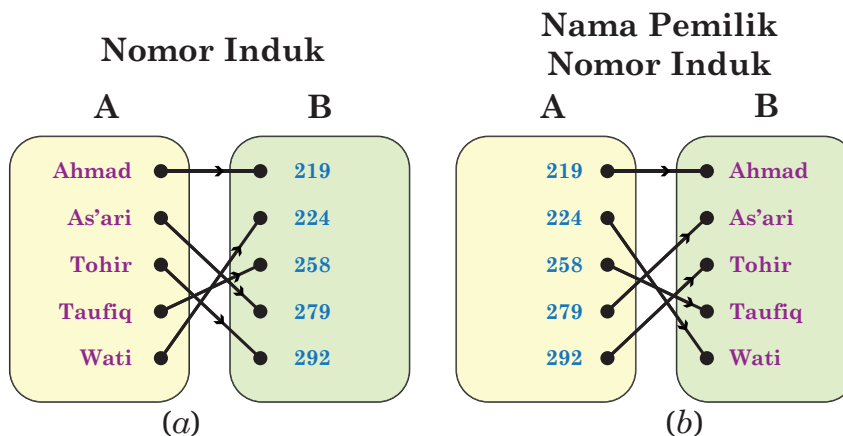
Ayo Bereksplorasi

Ada lima siswa telah memiliki nomor induk sekolah di SMP Semangat 45, kelima siswa tersebut tentunya memiliki nomor induk khusus buat nomor induk masing-masing yang tidak akan dimiliki oleh siswa lain, yakni seperti berikut.



Nomor induk Ahmad adalah 219,  
 Nomor induk As'ari adalah 279,  
 Nomor induk Tohir adalah 292,  
 Nomor induk Taufiq adalah 258,  
 Nomor induk Wati adalah 224,

Apabila  $A$  dinyatakan mewakili himpunan siswa, maka anggota-anggota himpunan  $A$  adalah {Ahmad, As'ari, Tohir, Taufiq, Wati} dan anggota-anggota himpunan  $B$  adalah {219, 224, 258, 279, 292}, sehingga "nomor induk" merupakan relasi yang mungkin dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ , dan "nama pemilik nomor induk" merupakan relasi yang mungkin dari himpunan  $B$  ke himpunan  $A$ , maka sajian diagram panah pada Gambar 4.12 merupakan relasi dari kedua himpunan tersebut. Perhatikan secara khusus uraian berikut untuk menemukan dua diagram panah pada kasus tersebut.



Gambar 4.12 diagram panah

Berdasarkan Gambar 4.12a menunjukkan bahwa setiap elemen  $A$  memiliki satu pasangan dengan setiap anggota  $B$ . Sehingga, "nomor induk" merupakan relasi dari himpunan  $A$  ke  $B$  yang dapat disebut juga sebagai fungsi (pemetaan). Semua elemen himpunan  $B$  dapat disebut sebagai pemetaan (bayangan) dari elemen himpunan  $A$  dan dipasangkan dengan tepat satu oleh anggota himpunan  $A$ . Sedangkan yang terjadi pada Gambar 4.12b merupakan kebalikannya. Pemetaan dua arah seperti yang ditunjukkan pada Gambar. 4.12 dapat juga disebut sebagai fungsi satu-satu.

### **Pengertian:**

Korespondensi satu-satu adalah fungsi khusus yang memasangkan tepat satu untuk setiap anggota daerah asal maupun daerah kawan. Dengan kata lain, dapat dikatakan bahwa setiap anggota dari daerah asal maupun dari daerah kawan hanya mempunyai satu pasang.

### **Contoh 4.12**

Apabila diketahui himpunan-himpunan berikut, maka tentukan yang termasuk korespondensi satu-satu. Jelaskan.

1. Himpunan  $P = \{1, 2, 3, 4\}$  dan himpunan  $Q = \{a, b, c, d\}$
2. Himpunan  $R = \{x, y, z\}$  dan himpunan  $S = \{5, 6\}$

### **Alternatif penyelesaian**

1. Diketahui anggota himpunan  $P$  adalah  $\{1, 2, 3, 4\}$  dan anggota himpunan  $Q$  adalah  $\{a, b, c, d\}$ , sehingga banyak anggota keduanya dapat ditulis  $n(P) = 4$  dan  $n(Q) = 4$ .  
Jadi, banyak anggota keduanya sama, sehingga dapat dinotasikan dengan  $n(P) = n(Q)$ . Dengan demikian, himpunan  $P$  dan himpunan  $Q$  merupakan korespondensi satu-satu.
2. Diketahui himpunan  $R = \{x, y, z\}$  dan himpunan  $S = \{5, 6\}$ , sehingga banyak anggota keduanya dapat ditulis  $n(R) = 3$  dan  $n(S) = 2$ .  
Jadi, banyak anggota keduanya tidak sama, sehingga  $n(R) \neq n(S)$ . Dengan demikian, himpunan  $R$  dan  $S$  bukan merupakan korespondensi satu-satu.



### **Ayo Berpikir Kritis**

Menurut Sulastris, perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu adalah setiap relasi tidak selalu dapat disebut sebagai fungsi dan korespondensi satu-satu, setiap relasi tidak selalu dapat disebut



sebagai korespondensi satu-satu tetapi pasti dapat disebut sebagai relasi, dan setiap korespondensi satu-satu pasti selalu dapat disebut sebagai relasi dan fungsi. Sedangkan Rudi tidak setuju dengan pendapat Sulastri, karena Rudi punya pendapat lain tentang perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu; yaitu korespondensi satu-satu dapat disebut sebagai himpunan bagian dari fungsi dan relasi, begitu juga fungsi dapat disebut sebagai himpunan bagian dari relasi. Setujukah kalian dengan pendapat Rudi? Jelaskan. Ataukah kalian justru setuju dengan pendapat Sulastri? Jelaskan.



#### Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan  $K = \{1, 2, 3, 4\}$  dan himpunan  $L = \{a, b, c, d\}$ . Muhasshanah menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu  $\{(1, a); (2, b); (3, c); (4, d)\}$ . Sedangkan Mukhsin menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu  $\{(1, b); (2, a); (3, d); (4, c)\}$ . Kalau kalian, dapatkah kalian menemukan bentuk susunan himpunan pasangan berurutan yang berbeda? Temukan sebanyak mungkin susunan himpunan pasangan berurutan berbeda-beda.



#### Ayo Berteknologi

Jika kalian masih belum mengerti tentang korespondensi satu-satu, kalian dapat melakukan kegiatan berikut ini.

Coba pelajari tentang konsep korespondensi satu-satu melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "korespondensi satu-satu".

## 2. Banyak Korespondensi Satu-satu

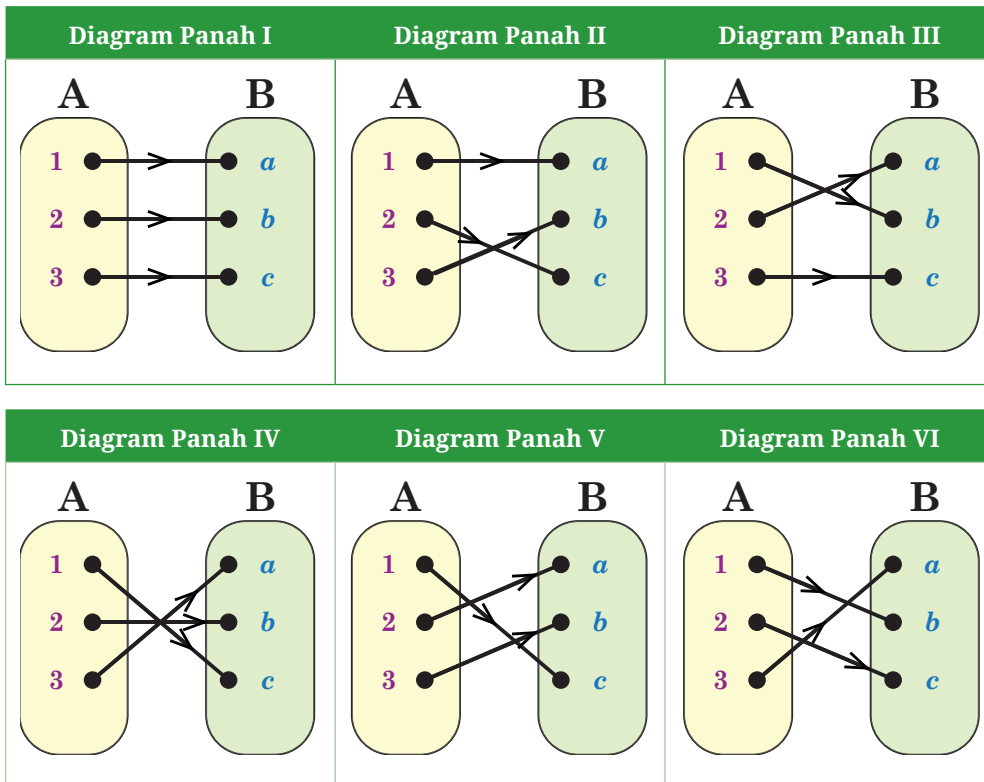


Ayo Bereksplorasi

Simak dengan cermat penjelasan berikut untuk mempelajari lebih lanjut tentang korespondensi satu-satu.

Apabila diketahui anggota himpunan  $A$  adalah  $\{1, 2, 3\}$  dan anggota himpunan  $B$  adalah  $\{a, b, c\}$ . Relasi dari himpunan  $A$  ke  $B$  yang mungkin dapat dibentuk sebagai korespondensi satu-satu dapat diilustrasikan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8 Diagram Banyak Korespondensi Satu-Satu



Berdasarkan sajian diagram panah pada Tabel 4.8 di atas, menunjukkan bahwa ada sebanyak 6 susunan diagram panah yang berbeda untuk korespondensi satu-satu dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ .



### Ayo Bekerja Sama

Berdasarkan temuan kalian pada Tabel 4.8, coba latihan pada Tabel 4.9 untuk menentukan berapa banyak korespondensi satu-satu yang ada antara himpunan  $A$  dan  $B$  tergantung pada jumlah anggota dan untuk menentukan berapa banyak orang yang diperlukan untuk membuat diagram panah penghubung himpunan  $A$  dan  $B$ . Berikut adalah contoh yang mungkin terjadi dan ditunjukkan pada Tabel 4.9. Sekarang, Cobalah kalian lengkapi isi sel yang masih kosong.

**Tabel 4.9** Banyaknya korespondensi satu-satu

No.	Banyak Anggota Himpunan $A$	Banyak Anggota Himpunan $B$	Banyak Fungsi Satu-satu dari Himpunan $A$ ke Himpunan $B$
1.	1	1	1
2.	2	2	2
3.	3	3	6
4.	4	4	...
5.	5	5	...
6.	6	6	...
7.	7	7	...
8.	8	8	...
9.	9	9	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
$n$	$n$	$n$	...



### Ayo Berkomunikasi

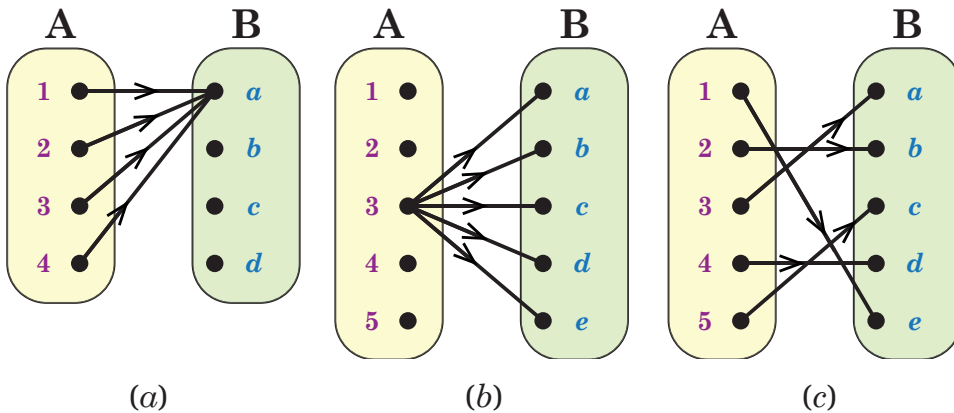
Berdasarkan Tabel 4.8 dan 4.9 di halaman sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa apabila banyak anggota himpunan  $A$  sama dengan banyak anggota himpunan  $B$ , yakni  $n(A) = n(B) = n$ ; maka banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah sebanyak  $n!$  atau  $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ .

Cobalah kalian perhatikan kesimpulan tersebut, apa yang perlu ditambahkan agar kesimpulan itu lebih komunikatif lagi?

Kemudian, sebutkan apa saja ciri-ciri dari dua himpunan dapat dikatakan korespondensi satu-satu atau tidak? Selanjutnya, dalam kondisi bagaimana dua himpunan tidak dapat dipastikan dikatakan korespondensi satu-satu? Jelaskan.

Sekarang, cobalah selesaikan kasus berikut ini untuk menunjukkan mengetahui pemahaman kalian.

Perhatikan dengan cermat pada diagram panah berikut ini.



**Gambar 4.13** diagram panah dari himpunan A ke himpunan B

1. Apakah relasi tersebut merupakan korespondensi satu-satu dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ ? Jelaskan.
2. Apabila relasi tersebut bukan merupakan korespondensi satu-satu, apakah diagram pada Gambar 4.13 termasuk fungsi? Jelaskan.

### Contoh 4.13

Apabila diketahui anggota himpunan  $K$  adalah  $\{a, b, c, d, e\}$  dan anggota himpunan  $L$  adalah  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , tentukanlah banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan  $K$  ke himpunan  $L$ .

#### Alternatif penyelesaian

Diketahui himpunan  $K = \{a, b, c, d, e\}$

dan himpunan  $L = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,

sehingga didapat banyak anggotanya adalah  $n(K) = 5$  dan  $n(L) = 5$

Jadi, banyaknya korespondensi satu-satu dari himpunan  $K$  ke himpunan  $L$  adalah sebanyak

$$n(K)! = n(L)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120.$$

### Contoh 4.14

Diketahui himpunan  $M = \{x \mid -3 < x < 4, x \text{ bilangan bulat}\}$  dan himpunan  $N = \{x \mid x < 7, x \text{ bilangan asli}\}$ . Tentukanlah banyaknya korespondensi satu-satu dari himpunan  $M$  ke himpunan  $N$ .

#### Alternatif penyelesaian

Diketahui  $M = \{x \mid -3 < x < 4, x \text{ bilangan bulat}\}$  dan

$N = \{x \mid x < 7, x \text{ bilangan asli}\}$

$M = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  dan  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

sehingga didapat  $n(M) = 6$  dan  $n(N) = 6$

Jadi, banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan  $M$  ke himpunan  $N$  adalah sebanyak

$$n(M)! = n(N)! = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720.$$



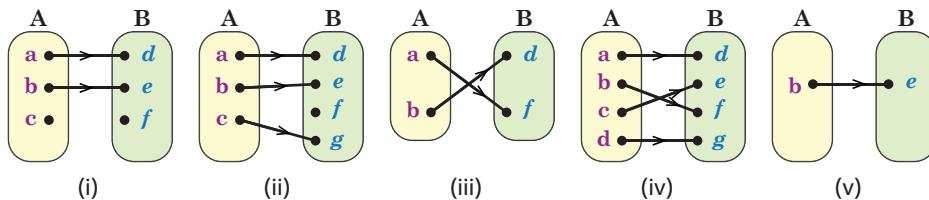
#### Ayo Berteknologi

Jika kalian masih belum mengerti tentang banyak korespondensi satu-satu, kalian dapat melakukan kegiatan pada halaman berikut.

Coba pelajari tentang konsep korespondensi satu-satu melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Banyak korespondensi satu-satu".

### Soal Latihan 4.4

- Manakah dari diagram panah berikut ini yang menggambarkan korespondensi satu-satu? Jelaskan.



- Manakah di antara himpunan pasangan berurutan berikut yang termasuk korespondensi satu-satu? Jelaskan.

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a. $\{(1, 1); (2, 2); (3, 3)\}$ | d. $\{(1, p); (2, q); (3, p)\}$ |
| b. $\{(2, 2); (2, 4); (2, 6)\}$ | e. $\{(5, 6); (6, 7); (7, 5)\}$ |
| c. $\{(a, 2); (2, b); (b, a)\}$ | f. $\{(a, x); (b, z); (a, y)\}$ |



#### Ayo Berpikir Kritis

- Subarno mengatakan bahwa setiap dua himpunan yang banyak anggotanya sama pasti selalu dapat dikatakan korespondensi satu-satu. Tetapi Sunardi tidak setuju dengan pendapat Subarno, karena dua himpunan yang dapat dinyatakan dengan korespondensi satu-satu memiliki hubungan yang khusus. Setujukah kalian dengan pendapat Sunardi? Jelaskan.



### Ayo Berpikir Kreatif

4. Temukan kejadian sehari-hari di sekitar kalian yang menunjukkan sebagai korespondensi satu-satu. Presentasikan secara singkat temuan kalian di depan kelas.
5. Apabila diketahui banyak anggota dua himpunan seperti berikut ini, maka ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan  $A$  dan himpunan  $B$ ?
  - a.  $n(A) = n(B) = 12$
  - b.  $n(A) = n(B) = 9$
6. Manakah diantara dua himpunan berikut ini yang dapat dinyatakan sebagai korespondensi satu-satu? Jelaskan.
  - a.  $A = \{\text{nama bulan dalam setahun}\}$   
 $B = \{\text{nama hari dalam seminggu}\}$
  - b.  $C = \{\text{bilangan genap kurang dari 10}\}$   
 $D = \{\text{bilangan prima kurang dari 10}\}$
  - c.  $E = \{a, e, i, o, u\}$   
 $F = \{\text{lima kota besar di Pulau Jawa}\}$
  - d.  $G = \{\text{nama hari dalam seminggu}\}$   
 $H = \{\text{bilangan prima antara 1 dan 11}\}$
7. Diketahui himpunan  $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  dan himpunan  $L = \{a, b, c, d, e, f\}$ .
  - a. Tentukan ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat dari himpunan  $K$  ke himpunan  $L$ ?
  - b. Coba minimal tiga himpunan pasangan berurutan yang termasuk korespondensi satu-satu dari himpunan  $K$  ke himpunan  $L$ .
8. Jika diketahui himpunan  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , maka apakah fungsi  $f : A \rightarrow A$  yang didefinisikan sebagai berikut merupakan korespondensi satu-satu?
  - a.  $f : x \rightarrow -x$
  - b.  $f : x \rightarrow x^2$
  - c.  $f(x) = 2x^2 - 1$

9. Berdasarkan himpunan yang diberikan berikut, ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat?
- Himpunan  $P = \{\text{huruf vokal}\}$  dan Himpunan  $Q = \{\text{bilangan cacah antara 1 dan 7}\}$
  - Himpunan  $A = \{\text{faktor dari 8}\}$  dan Himpunan  $B = \{\text{faktor dari 21}\}$
10. Sebuah perusahaan memproduksi suatu produk dengan kode tanggal manufaktur tertentu. Tentukan: Jika ABCDEFGHIJ adalah korespondensi satu-satu dengan ketentuan 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 dan CDAHBJIG mewakili kode barang untuk tanggal pembuatan 23 – 07 – 1986.
- kode barang untuk tanggal produksi:
    - 14 April 1982
    - 27 Oktober 2021
  - tanggal produksi barang untuk kode:
    - CDAFCAAB
    - BDAEBJIE



#### Ayo Bekerja Sama

Setelah kalian mempelajari materi fungsi linier, selanjutnya buatlah laporan kegiatan menggambar grafik fungsi linier dengan menggunakan software komputer (*MS Excel, FX Draw, Maple, GeoGebra, Mathlab*, atau lainnya yang serupa) seperti gambar grafik fungsi pada Bab 4 ini. Menurut kalian, apakah masih diperlukah menggambar bangun datar secara manual melalui kemampuan tangan kalian? Mengapa? Jelaskan.

### Projek Bab 4

Pilih setidaknya satu dari proyek berikut untuk membantu kalian lebih memahami fungsi dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Lakukan, dokumentasikan proses dan hasil, dan siapkan bahan untuk presentasi.



## Projek 4.1

Pada kegiatan projek ini, kalian akan mendesain sebuah kaos yang menarik menurut kalian dari bahan sederhana, misalkan kertas HVS atau kertas asturo atau lainnya. Dalam tugas proyek ini, terapkan pemahaman kalian tentang materi fungsi dan materi lainnya. Kemudian pertimbangkan dan berikan tanggapan berikut untuk pertanyaan-pertanyaan ini di area yang disediakan:

1. Apa yang harus kalian lakukan untuk memastikan ide desain kaos ini bagus dan unik? (Bahan apa yang kalian miliki untuk disediakan? Alat persiapan apa saja yang kalian sediakan? Bagaimana cara mendesainnya? Berapakah ukuran kaos tersebut? Berapa biaya yang dibutuhkan untuk mendesaian sebuah kaos dari bahan sederhana ini? dan lain-lain).
2. Pendekatan apa yang harus kalian gunakan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut dengan sukses? Apa struktur strateginya? Apa lagi yang harus dilakukan? dan lain-lain. Jika kalian menjadi pemilik perusahaan kaos yang sebenarnya, rencana apa yang kalian lakukan agar banyak agen yang membeli dan memesan kaos tersebut? Bagaimana cara agen untuk membeli dan memesan kaos tersebut? coba uraikan.

## Projek 4.2

Hubungi penyedia layanan seluler di sekitar kalian atau cari di Internet untuk mengetahui informasi lebih lanjut. Pelajari tentang bagaimana mereka menentukan tarif tekpon dalam jangka waktu tertentu, lalu temukan persamaan rumusnya. Selain itu, lakukan analisis untuk mengetahui apakah operator tersebut layak digunakan oleh masyarakat biasa dan pebisnis. Siapkan data hasil temuan kalian untuk dipresentasikan.

## Projek 4.3

Carilah bentuk-bentuk "PEMBOROSAN" dalam hidup kalian, baik di rumah maupun di sekolah (misalnya, membiarkan air menetes dari keran meskipun kalian berusaha keras untuk menutupnya dengan rapat,

menyalakan lampu di siang hari, dan lain sebagainya). Kemudian, coba kalian cari informasi terkait untuk mengidentifikasi risiko pemborosan tersebut, selanjutnya susunlah materi presentasi tentang fungsi (jika ada) untuk menjamin bahwa terkait dengan risiko dalam membiarkan pemborosan tersebut.

### Proyek 4.4

Coba kalian sediakan wadah air tertentu berbentuk kotak dan perhatikan ketinggian airnya (jika kalian kesulitan membuatnya, gunakan gelas ukur yang biasa ditemukan di apotek atau toko perlengkapan laboratorium). Kemudian gambarkan koordinat Cartesius, dimana sumbu  $x$  menunjukkan saat air dituangkan ke dalam kotak, dan sumbu  $y$  mewakili ketinggian air. Buat grafik yang menunjukkan hubungan antara waktu air menetes dan ketinggian permukaan, menggunakan air yang menetes dari keran (dengan laju konstan). (Bagaimana jika kotak tersebut diganti dengan bentuk lain, tidak tegak lurus, tetapi miring, melengkung, atau bentuk yang lainnya?).



#### Ayo Berefleksi

Kalian telah memiliki kesempatan untuk mempelajari tentang materi relasi dan fungsi. Sekarang, dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut, cobalah untuk mencatat hal-hal penting yang kalian yakini sangat berharga dan akan baik untuk kalian pelajari lebih lanjut:

1. Apa saja yang dapat kalian ketahui tentang materi relasi?
2. Apa persyaratan agar suatu relasi dinyatakan sebagai fungsi?
3. Apakah ada suatu fungsi tertentu dari himpunan ke himpunan itu sendiri?
4. Tunjukkan berapa banyak cara yang berbeda suatu fungsi dapat disajikan.
5. Bagaimana cara menemukan nilai fungsi?
6. Sebutkan apa sajakah ciri-ciri dari korespondensi satu-satu?



### Penguatan Karakter

Dalam rangka memperingati Hari Kemerdekaan 17 Agustus, biasanya seseorang membuat pola guntingan kertas yang berselang-seling dengan merah, putih, merah, putih, merah, putih, dan begitu seterusnya. Pola yang dihasilkan adalah fungsi dari himpunan bilangan asli dikalikan dengan himpunan potongan kertas merah dan putih. Dalam notasi formal, barisan ini akan ditulis sebagai  $\{(1, \text{merah}); (2, \text{putih}); (3, \text{merah}); (4, \text{putih}); (5, \text{merah}); \dots\}$ .

## Uji Kompetensi Bab 4

### A. Pilihlah jawaban pada soal berikut dengan jawaban yang benar dan tepat

- Keempat pemuda memiliki nama masing-masing adalah Abdul, Tohir, Anam, dan Taufiq; mereka memiliki minatnya masing-masing. Kesukaan Abdul Belajar kelompok dan menulis cerpen, kesukaan Tohir Bermain komputer dan renang, kesukaan Anam menulis cerpen dan renang, dan kesukaan Taufiq renang saja. Anak yang mempunyai kesukaan menulis cerpen, tetapi tidak suka belajar kelompok adalah .....
    - Abdul
    - Tohir
    - Anam
    - Taufiq
- Diketahui himpunan pasangan berurutan:
    - $\{(0, 0); (2, 1); (4, 2); (6, 3)\}$
    - $\{(1, 3); (2, 3); (1, 4); (2, 4)\}$
    - $\{(1, 5); (2, 5); (3, 5); (4, 5)\}$
    - $\{(5, 1); (5, 2); (4, 1); (4, 2)\}$yang merupakan pemetaan (fungsi) adalah .....
    - (i) dan (ii)
    - (i) dan (iii)
    - (ii) dan (iii)
    - (iii) dan (iv)





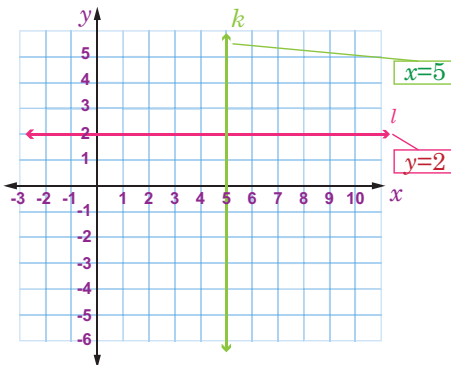
### Ayo Berpikir Kreatif

7. Suatu Relasi didefinisikan dengan “setengah kali dari” dari himpunan  $P$  ke himpunan  $Q$  dengan  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Sehingga himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah  $\{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$ . Cobalah untuk membuat setidaknya tiga contoh lagi relasi dari himpunan  $P$  ke himpunan  $Q$ . Kemudian, nyatakan relasi tersebut dengan cara diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.
8. Fungsi  $f$  didefinisikan dengan rumus  $f(x) = 5 - 3x$  dan diketahui daerah asalnya adalah  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 
  - a. Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
  - b. Gambarlah grafiknya.



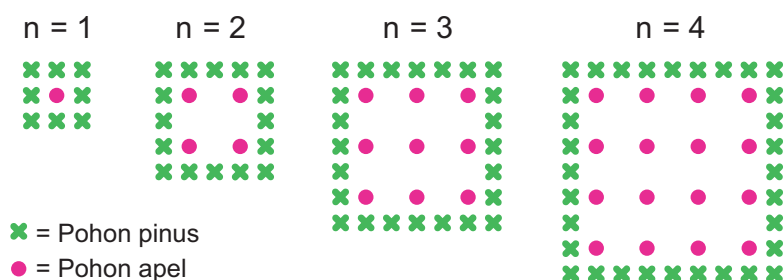
### Ayo Berpikir Kritis

9. Mawardi dan Mukhsin sedang mendiskusikan tentang fungsi linier pada gambar berikut ini.



Mawardi berpendapat bahwa fungsi linier garis  $k$  dan  $l$  di samping merupakan grafik fungsi. Pada sisi lain, Mukhsin tidak setuju dengan anggapan Mawardi. Karena Mukhsin mempunyai pendapat lain, yaitu Gambar tersebut meunjukkan bahwa fungsi linier dari garis  $k$  adalah suatu fungsi, akan tetapi garis  $l$  tidak termasuk fungsi. Apakah kalian setuju dengan penilaian Mukhsin? Jelaskan.

10. Seorang petani menanam pohon apel yang berbentuk persegi (bujursangkar). Petani tersebut menanam pohon pinus di sekeliling kebunnya untuk melindungi pohon apel dari angin. Diagram berikut menggambarkan tata letak pohon apel dan pohon pinus untuk sejumlah ( $n$ ) kolom pohon apel.



- a. Coba kalian lakukan kegiatan dengan mengisi isi tabel di bawah ini:

$n$	Jumlah Pohon Apel	Jumlah Pohon Pinus
1	1	...
2	...	16
3	9	...
4	...	...
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...

- b. Apabila diasumsikan petani tersebut ingin menanam kebun yang lebih besar dengan banyak barisan pohon. Manakah yang akan tumbuh lebih cepat di kebun petani antara jumlah pohon apel atau jumlah pohon pinus? Jelaskan bagaimana kalian sampai pada kesimpulan tersebut.