KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-918-9 (jil.3)

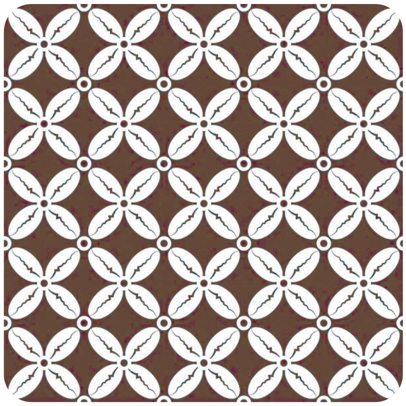
Bab III
Transformasi Geometri

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, kalian diharapkan mampu mendeskripsikan transformasi geometri terhadap bidang koordinat dan menerapkannya dalam permasalahan nyata. Selain itu, kalian juga diharapkan mampu menjelaskan sifat-sifat kekongruenan bangun datar berdasarkan transformasi geometri.

Ayo Bersiap Belajar!

Banyak konsep geometri telah ditemukan oleh matematikawan, salah satunya mengenai konsep simetris. Hampir semua tumbuhan, hewan, atau bahkan manusia memiliki bentuk yang simetri. Bentuk simetri tersebut kemudian banyak diadopsi pada bidang seni, arsitektur, dan teknologi.



Gambar 3.1 Batik Kawung
Sumber: Afrida Icha Lavira/Duta Museum DIY (2022)

Pada sebuah karya seni, kalian dapat menjumpai bentuk-bentuk simetri pada desain batik yang merupakan salah satu warisan budaya Indonesia. Sebagai contoh Batik Kawung dari Yogyakarta (Gambar 3.1). Selain batik, kita juga memiliki warisan budaya lain, salah satunya adalah rumah adat. Banyak arsitektur rumah adat yang menerapkan konsep simetri. Salah satunya adalah rumah adat Minangkabau di Padang yang akan kita bahas pada subbab kekongruenan. Motif batik ataupun bangunan rumah adat yang terlihat simetris tersebut pada umumnya merupakan hasil perubahan bentuk-bentuk geometri sederhana. Perubahan tersebut pada matematika disebut sebagai transformasi geometri.

Di dalam bab ini, kalian akan mempelajari berbagai macam transformasi geometri pada bidang koordinat, diantaranya translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan) terhadap titik dan garis, rotasi (perputaran), dan dilatasi. Selain transformasi, kita juga akan mempelajari tentang bangun kongruen yang dipandang sebagai hasil dari transformasi geometri.

A. Translasi (Pergeseran)

Pernahkah kalian memperhatikan pergerakan suatu benda di sekitar kalian? Misalnya pergerakan motor di jalan raya, pergerakan seseorang yang sedang berjalan, atau pergerakan pion pada permainan catur. Gambar 3.2 memperlihatkan seorang siswa yang sedang menggeser bangku. Jika gerakan pada bangku tersebut kita amati, terlihat seluruh bagian pada bangku bergeser dengan ukuran jarak dan arah tertentu. Aktivitas dalam menggeser bangku tersebut merupakan salah satu contoh translasi (pergeseran).

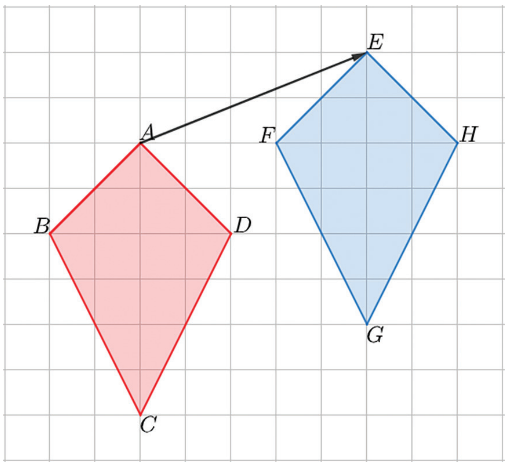
Untuk memahami lebih dalam mengenai translasi, ayo lakukan aktivitas eksplorasi berikut.

Gambar 3.2 Penerapan Translasi

Eksplorasi 3.1 Translasi Bangun Datar

Untuk melakukan aktivitas ekplorasi ini, terlebih dahulu kalian siapkan kertas berpetak dan gunting. Setelah siap, lakukan langkah-langkah berikut:

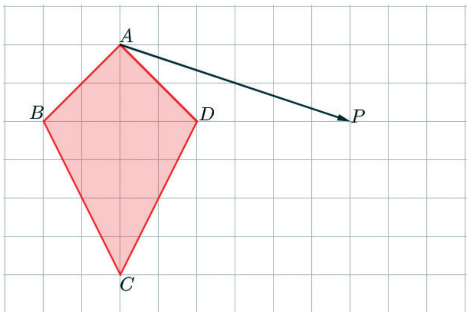
Jiplak layang-layang $ABCD$ pada kertas kemudian gunting. Letakkan potongan tersebut tepat di atas layang-layang $ABCD$. Selanjutnya geser potongan layang-layang mengikuti ruas garis berarah AE $(\overrightarrow{AE})$.



Gambar 3.3 Translasi layang-layang A ke B

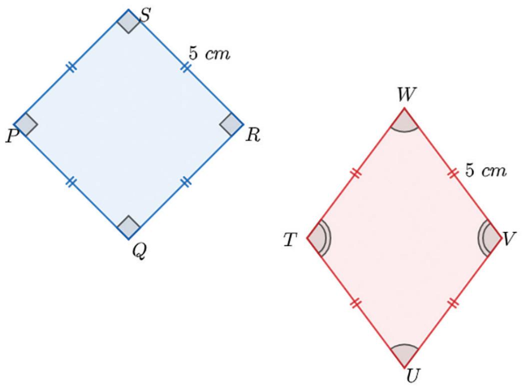
1. Apakah ada bagian pada layang-layang $EFGH$ yang tidak tertutup oleh potongan layang-layang $ABCD$?
2. Selain $\overrightarrow{AE}$, gambarkan semua ruas garis berarah yang mewakili pergeseran potongan layang-layang $ABCD$ ke layang-layang $EFGH$!

3. Bagaimana hubungan sisi AB pada layang-layang $ABCD$ dan sisi EF pada layang-layang $EFGH$? Bagaimana dengan sisi-sisi yang lainnya?
4. Bagaimana bentuk dan ukuran layang-layang $ABCD$ dan $EFGH$?
5. Gambarkan layang-layang $PQRS$ yang pergeserannya diwakili oleh $\overrightarrow{AP}$.



Gambar 3.4 Translasi layang-layang A

6. Diberikan 2 buah bangun datar seperti terlihat pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Bangun Datar $PQRS$ dan $TUVW$

Apakah bangun datar $TUVW$ merupakan hasil dari translasi bangun datar $PQRS$? Jelaskan.

Kalian juga dapat melakukan aktivitas yang sama dengan Eksplorasi 3.1 secara digital melalui Aktivitas Interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

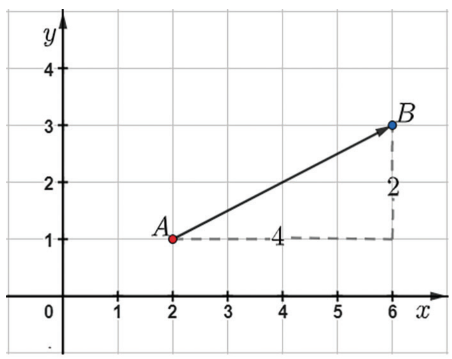
Untuk membantu pemahaman kalian tentang translasi, ayo kunjungi tautan:
http://ringkas.kemdikbud.go.id/translasi
atau kalian juga dapat pindai kode QR nya.

Berdasarkan Eksplorasi 3.1, Gambar 3.3 menunjukkan layang-layang $ABCD$ yang terletak pada bidang ditranslasi (digeser) sampai menempati layang-layang $EFGH$. Dengan demikian, semua titik yang terdapat pada layang-layang $ABCD$ ditranslasi hingga menempati layang-layang $EFGH$ dengan jarak dan arah tertentu. Perpindahan tersebut diwakili oleh ruas garis berarah $\overrightarrow{AE}$. Panjang $\overrightarrow{AE}$ mewakili besar perpindahan sedangkan arah panahnya menunjukkan arah perpindahan.

Definisi 3.1 Translasi (Pergeseran)

Translasi (pergeseran) adalah perubahan posisi suatu objek (titik, garis, atau bangun) dengan jarak dan arah tertentu.
Suatu translasi dapat diwakili oleh sebuah garis berarah.

Selain menggunakan ruas garis berarah, kita juga dapat menyatakan suatu translasi sebagai pasangan bilangan dalam bentuk $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dengan nilai a menyatakan komponen mendatar (horizontal) dan nilai b menyatakan komponen tegak (vertikal).



Gambar 3.6 Ilustrasi translasi titik A ke Titik B

Perhatikan Gambar 3.6. $\overrightarrow{AB}$ mewakili translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, artinya translasi tersebut memindahkan titik pada bidang dengan tahapan berikut:

4 satuan ke kanan (*positif*), 2 satuan ke atas (*positif*).

4 dan 2 adalah komponen translasi dengan 4 sebagai komponen pertama dan 2 sebagai komponen kedua.

Apabila translasinya kita ubah arah dari titik B ke titik A, nilai translasinya menjadi $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ yang artinya translasi tersebut memindahkan titik dengan tahapan 4 satuan ke kiri (*negatif*) kemudian 2 satuan ke bawah (*negatif*).

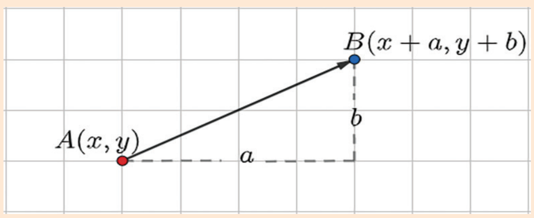
Berdasarkan informasi tersebut, dapat disimpulkan bahwa translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ memindahkan titik dengan aturan berikut:

a. a satuan ke kanan jika $a > 0$ atau a satuan ke kiri jika $a < 0$.
b. b satuan ke atas jika $b > 0$ atau b satuan ke bawah jika $b < 0$.

Selanjutnya, pahamilah Sifat 3.1 untuk menentukan koordinat titik hasil translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ terhadap titik $A(x,\ y)$.

Sifat 3.1 Translasi sebuah Titik Koordinat

Bayangan titik $A(x,\ y)$ oleh translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ adalah $A'(x+a,\ y+\text{b})$



Gambar 3.7 Ilustrasi Translasi Titik $A(x,\ y)$ oleh $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Untuk memahami translasi pada bidang koordinat, ayo cermati contoh berikut!

Contoh 3.1 Mentranslasikan sebuah Bangun Datar

Sebuah persegi $ABCD$ dengan $A(1,1)$, $B(3,1)$, $C(3,3)$, dan $D(1,3)$ ditranslasikan sejauh 4 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas.

a. Nyatakan kasus di atas dalam bentuk translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$!

b. Tentukan bayangan hasil translasi persegi $ABCD$!

c. Gambarkan persegi $ABCD$ beserta bayangannya pada bidang koordinat!

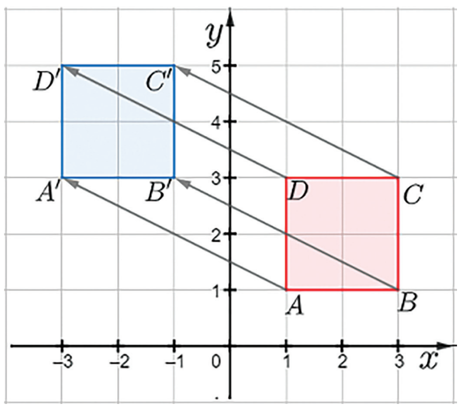
Alternatif Penyelesaian

a. Translasi sejauh 4 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas dapat dinyatakan dalam bentuk $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b. Cara memperoleh hasil translasi persegi $ABCD$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ adalah dengan menentukan hasil translasi titik-titik sudut dari persegi $ABCD$.

Titik Awal	Translasi	Titik Bayangan
$A(1,1)$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$A'(1+(-4),1+2)=A'(-3,3)$
$B(3,1)$		$B'(3+(-4),1+2)=B'(-1,3)$
$C(3,3)$		$C'(3+(-4),3+2)=C'(-1,5)$
$D(1,3)$		$D'(1+(-4),3+2)=D'(-3,5)$

c.



Gambar 3.8 Translasi Persegi $ABCD$

Ayo Mencoba

$A(-1,2)$, $B(2,-1)$, dan $C(-2,-2)$ adalah koordinat titik-titik sudut ΔABC. Tentukan bayangan ΔABC oleh translasi $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$! Gambarkan ΔABC beserta bayangannya!

Setelah kalian memahami bagaimana langkah-langkah dalam mentranslasikan bangun datar pada bidang koordinat, selanjutnya cermati Contoh 3.2 untuk melihat bagaimana cara mentranslasikan sebuah persamaan garis lurus.

Contoh 3.2 Mentranslasikan sebuah Garis Lurus

Tentukan hasil translasi garis lurus $2x+3y=6$ oleh $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$!

Alternatif Penyelesaian

Untuk memperoleh hasil translasi garis lurus $2x+3y=6$ oleh $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, kita dapat mengambil terlebih dahulu dua buah titik pada garis tersebut, misalkan titik potong $2x+3y=6$ pada sumbu x dan sumbu y.

Tabel 3.2 Dua Titik Pada $2x+3y=6$

$2x+3y=6$		
x	3	0
y	0	2
(x, y)	$(3,0)$	$(0,2)$

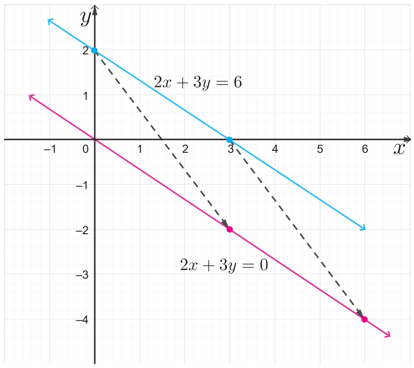
Selanjutnya, dicari hasil translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ terhadap titik $(3,0)$ dan titik $(0,2)$, yaitu:

Tabel 3.3 Translasi Titik $(3,0)$ dan $(0,2)$ oleh $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

Titik Awal	Translasi	Bayangan
(3,0)	$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	(6, −4)
(0,2)		(3, −2)

Dari titik bayangan tersebut, dibuat persamaan garis lurusnya, yaitu

$$\frac{y-(-4)}{(-2)-(-4)} = \frac{x-6}{3-6}$$
$$\frac{y+4}{2} = \frac{x-6}{-3}$$
$$-3(y+4) = 2(x-6)$$
$$-3y-12 = 2x-12$$
$$2x+3y = 0$$



Gambar 3.9 Translasi Persamaan Garis $2x+3y=6$

Jadi, hasil translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ pada garis $2x+3y=6$ adalah garis $2x+3y=0$.

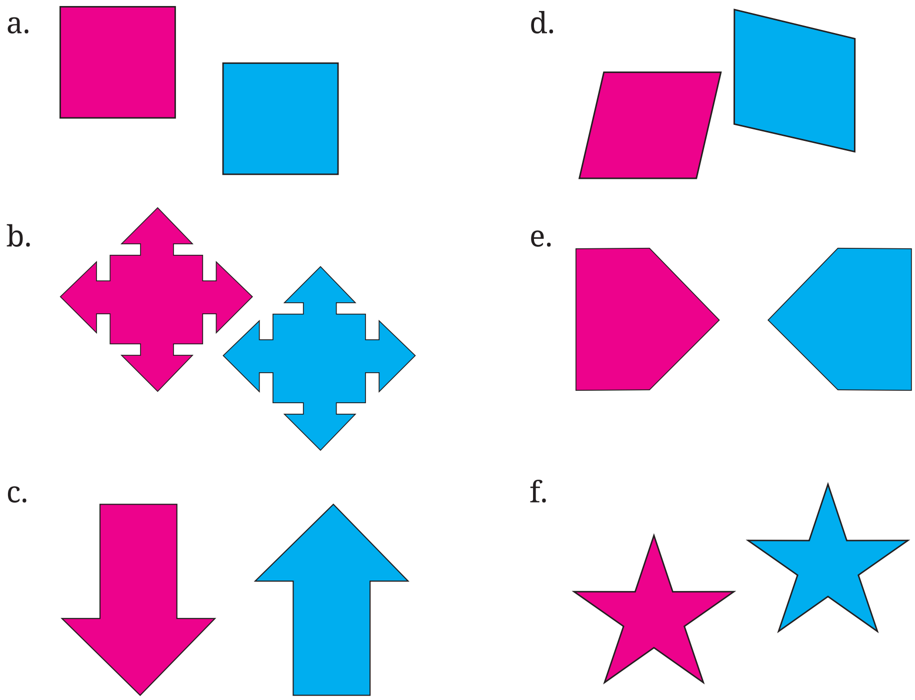
Ayo Mencoba

Tentukan hasil translasi garis lurus $3x-2y=12$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$!

Latihan A Translasi

Pemahaman Konsep

1. Tentukan apakah gambar yang berwarna biru merupakan hasil translasi gambar berwarna merah. Berikan alasanmu.

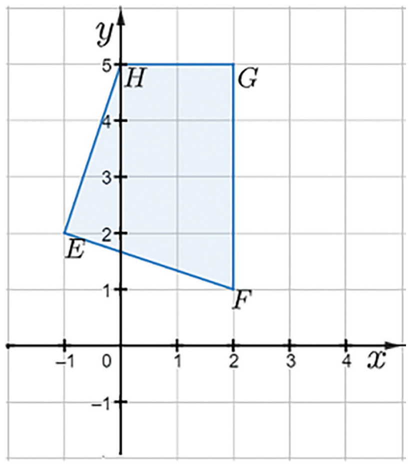


Gambar 3.10 Pasangan Bangun Datar

❷ *Benar/Salah*. Translasi sejauh 4 satuan ke kanan dari 3 satuan ke bawah dapat dinotasikan sebagai $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.

❸ *Benar/Salah*. Bayangan titik $A(3,2)$ yang ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ adalah $A'(0,7)$.

❹ Translasikan segi empat $EFGH$ pada Gambar 3.11 sejauh 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah.



Gambar 3.11 Translasi segi empat $EFGH$

Penerapan Konsep

❺ Bayangan titik $A(-2,5)$ oleh $\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$ adalah ...

a. $A'(2,2)$ c. $A'(-2,8)$
b. $A'(-6,8)$ d. $A'(-6,-8)$

6. Diketahui titik $A(3,-2)$ dan $B(9,11)$. Arah translasi titik A ke titik B adalah ...

a. $\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 13 \\ -6 \end{pmatrix}$

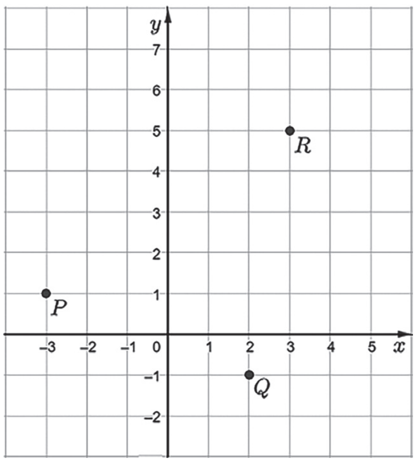
b. $\begin{pmatrix} 6 \\ -13 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -13 \\ 6 \end{pmatrix}$

7. Sebuah layang-layang $KLMN$ memiliki koordinat $K(8,6)$, $L(10,8)$, $M(12,6)$ dan $N(10,2)$. Jika layang-layang tersebut ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, tentukan koordinat bayangannya dan gambarkan bayangannya pada bidang koordinat!

8. Segitiga PQR ditranslasikan sehingga menghasilkan bayangan STU. Diketahui $P(-1,2)$, $Q(3,-2)$, $S(2,-3)$, dan $U(3,4)$, tentukan koordinat T dan R. Tentukan pula translasinya.

9. Diketahui segitiga ABC dengan $A(0,-3)$, $B(2,2)$ dan $C(4,5)$ ditranslasikan sehingga bayangannya adalah $A'(-2,1)$. Tentukan translasinya serta koordinat titik B' dan C'.

10. Seorang polisi yang berada di titik Q hendak menangkap seorang pencuri yang bersembunyi di komplek perumahan. Berdasarkan pemantauan, diketahui bahwa pencuri bersembunyi di titik P dan hendak kabur menuju titik R seperti pada Gambar 3.12.



Gambar 3.12 Titik Koordinat Polisi dan Pencuri

a. Tentukan pasangan bilangan sebagai translasi perpindahan pencuri dari titik P menuju titik R.
b. Jika polisi tersebut menggunakan translasi yang sama dengan translasi kaburnya pencuri, apakah polisi dapat menangkap pencuri tersebut?
c. Tentukan pasangan bilangan sebagai translasi yang harus dilakukan polisi tersebut agar dapat menangkap pencuri itu.

B. Refleksi (Pencerminan)

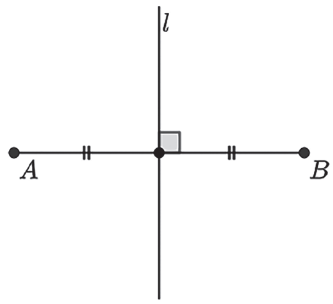
Kalian tentunya pernah bercermin. Saat kalian amati bayangan yang ada pada cermin, kalian akan dapati bayangan tersebut memiliki orientasi yang berbeda dengan objek nyatanya. Untuk membuktikannya, cobalah kalian berdiri di depan cermin sambil mengangkat tangan kanan. Apa yang terlihat pada bayangan? Tangan mana yang terangkat? Pada bayangan akan terlihat tangan kiri yang terangkat. Adakah sifat lainnya yang kalian ketahui?

Gambar 3.13 Aktivitas Bercermin

Pada subbab ini, dengan menggunakan sifat-sifat pada refleksi (pencerminan), kalian akan mempelajari bagaimana cara untuk merefleksikan suatu objek (titik, garis, atau bangun datar) pada bidang koordinat. Namun, untuk memahami pengertian refleksi, kalian perlu mengingat kembali pengertian dari garis sumbu. Apa itu garis sumbu? Ayo perhatikan Gambar 3.14 !

Pada Gambar 3.14, dapat kita amati bahwa **garis sumbu (*l*)** merupakan garis yang memotong tegak lurus suatu ruas garis (AB) menjadi dua bagian yang sama panjang.

Untuk lebih memahami mengenai garis sumbu dan sifat-sifat refleksi, cobalah kerjakan Eksplorasi 3.2!



Gambar 3.14 Garis Sumbu

Eksplorasi 3.2 **Menentukan Posisi Titik pada Lipatan Kertas**

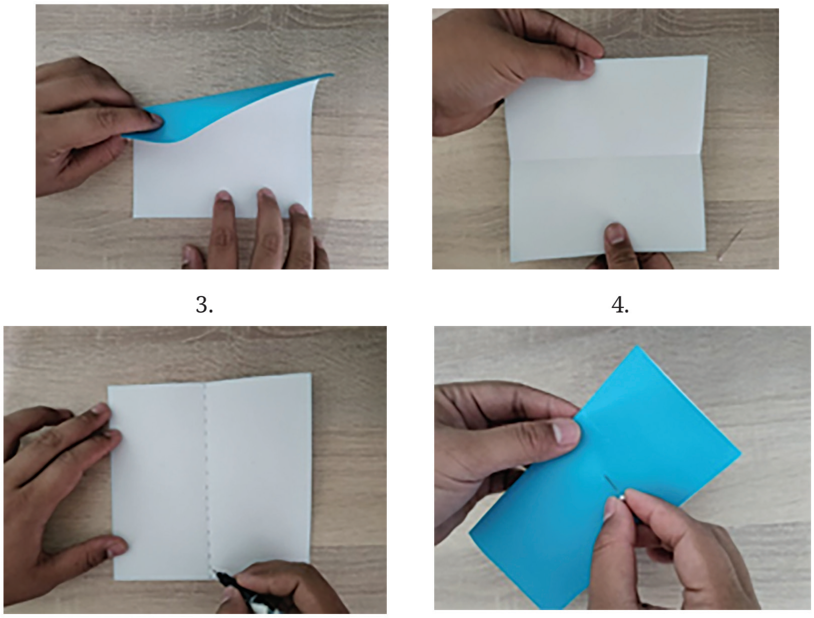
Siapkan selembar kertas, kemudian lipat menjadi 2 bagian sama besar. Lukiskan garis pada lipatan dengan pensil/pulpen seperti terlihat di langkah 1,2, dan 3 pada Gambar 3.15.

1.

2.

3.

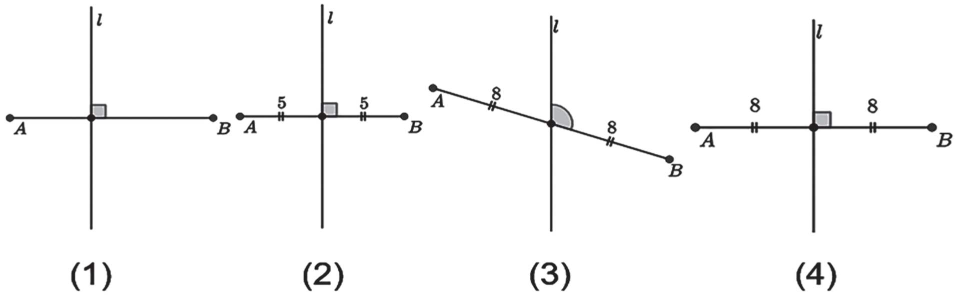
4.



Gambar 3.15 Aktivitas Melipat Kertas

Dalam keadaan terlipat, lubangi kertas tersebut dengan menggunakan jarum seperti pada langkah (4), kemudian buka lipatannya. Tandai kedua lubang tersebut dengan menggunakan pensil/pulpen, misalkan A dan B. Selanjutnya gambarkan ruas garis yang menghubungkan kedua lubang tersebut.

1. Menurut kalian, bagaimana hubungan antara ruas garis AB dengan garis lipatan?
2. Pada ruas garis AB, di mana letak titik potong garis lipatan dengan ruas garis AB tersebut? Ukurlah jarak masing-masing titik A dan titik B terhadap garis lipatan!
3. Coba amati 4 (empat) Gambar 3.16. Jika l merupakan garis lipatan kertas dan titik A, B merupakan posisi lubang, menurut kalian, manakah gambar yang menunjukkan kondisi yang benar?



Gambar 3.16 Hubungan Titik A dan Titik B Terhadap Garis l.

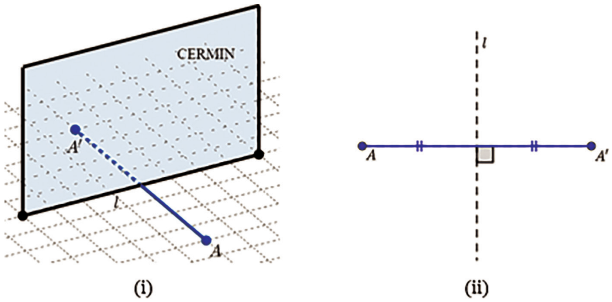
Dari Eksplorasi 3.2, kalian secara tidak langsung telah mempelajari sifat-sifat pada pencerminan melalui aktivitas melipat kertas. Kalian dapat menyatakan garis lipatan l sebagai cermin serta memandang titik A sebagai titik asal dan titik B sebagai bayangannya.

Untuk memahami lebih jauh mengenai refleksi, ayo pahami Definisi 3.2 berikut.

Definisi 3.2 Refleksi Titik Terhadap Garis

- Titik A direfleksikan terhadap garis l menghasilkan bayangan B maka garis l tersebut tegak lurus terhadap ruas garis AB dan membagi ruas garis tersebut menjadi dua bagian yang sama panjang.
- Untuk selanjutnya garis l disebut garis refleksi.

Cermati Gambar 3.17. Gambar 3.17(i) menunjukkan refleksi titik A terhadap sebuah cermin dan titik A' merupakan bayangannya. Sedangkan Gambar 3.17(ii) menunjukkan bentuk abstrak Gambar 3.17(i) dengan garis l merupakan garis refleksi.



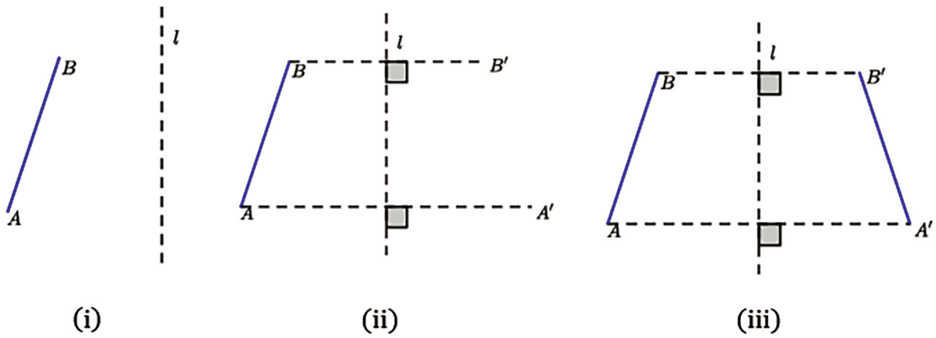
Gambar 3.17 Ilustrasi Refleksi Titik Terhadap Garis (Cermin)

Berdasarkan ilustrasi Gambar 3.17 dan aktivitas pada Eksplorasi 3.2, diperoleh sifat-sifat pada refleksi titik terhadap garis l sebagai berikut.

Sifat 3.2 Sifat Refleksi Titik Terhadap Garis

1. Jarak titik asal A terhadap garis refleksi sama dengan jarak bayangan A' terhadap garis refleksi .
2. Garis yang menghubungkan titik asal dan bayangan, yaitu AA', tegak lurus terhadap garis refleksi.

Selanjutnya, bagaimana jika objek yang direfleksikan berupa ruas garis? Perhatikan Gambar 3.18.



Gambar 3.18 Refleksi Garis

Ruas garis AB pada Gambar 3.18(i) akan direfleksikan terhadap garis l. Bayangan ruas garis AB pada refleksi tersebut dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

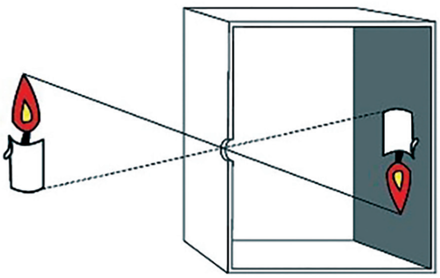
1. Tentukan bayangan titik A, yaitu A', dan bayangan titik B, yaitu B' dengan menerapkan Sifat 3.2 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.18 (ii).
2. Hubungkan titik A' dengan titik B' seperti terlihat pada Gambar 3.18(iii).

Berdasarkan hasil refleksi pada Gambar 3.19, diperoleh sifat-sifat berikut.

Sifat 3.3 Sifat Refleksi Ruas Garis

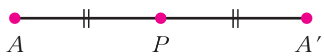
1. Panjang ruas garis AB sama dengan panjang $A'B'$.
2. Ruas garis AA' sejajar dengan garis BB'.

Kalian sudah mempelajari bagaimana merefleksikan sebuah objek terhadap cermin yang diwakilkan oleh sebuah garis. Bagaimana jika cermin tersebut diwakilkan oleh sebuah titik? Coba perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.19 Kamera *Pinhole*
Sumber: Carlo.benini/wikimedia.org

Gambar 3.19 menunjukkan bentuk konkret refleksi terhadap titik. Celah pada kamera *pinhole* dapat dipandang sebagai sebuah cermin. Proses yang terjadi pada kamera *pinhole* Gambar 3.19 dapat diilustrasikan pada Gambar 3.20.



Gambar 3.20 Refleksi Titik A terhadap titik P

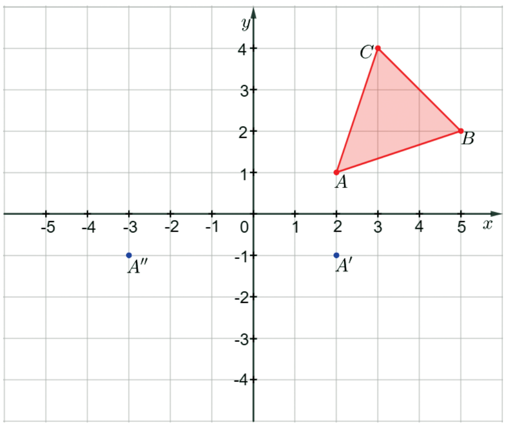
Titik P sebagai perwakilan cermin (**titik refleksi**) akan membagi ruas garis AA' sama panjang. Setelah kalian memahami pengertian refleksi, selanjutnya kalian akan mempelajari bagaimana cara untuk menentukan koordinat bayangan refleksi terhadap sumbu x, sumbu y, titik asal $O(0,0)$, $y = x$, $y = -x$, $x = k$ dan $y = h$.

1. Refleksi Terhadap Sumbu x, Sumbu y, dan Titik Asal (0,0)

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap sumbu x, sumbu y, dan titik $O(0,0)$, cobalah kalian kerjakan aktivitas Eksplorasi 3.3 terlebih dahulu.

Eksplorasi 3.3 **Refleksi terhadap Sumbu x, Sumbu y, dan Titik Asal (0,0)**

Salsa diminta oleh gurunya untuk merefleksikan segitiga ABC terhadap sumbu x lalu bayangan yang dihasilkan direfleksikan lagi terhadap sumbu y. Titik A telah direfleksikan seperti terlihat pada Gambar 3.21.



Gambar 3.21 Refleksi Sumbu x dan Sumbu y

1. Salsa mengatakan titik A' merupakan bayangan dari titik A terhadap sumbu x dan titik A'' (dibaca: dobel aksen) merupakan bayangan dari titik A' terhadap sumbu y. Berdasarkan langkah-langkah dalam menggambar hasil refleksi, periksa apakah kedua refleksi yang diperoleh Salsa sudah tepat? Jika ada yang salah, refleksi mana yang menurut kalian salah? Dan bagaimana kalian menjelaskannya kepada Salsa?

2. Bantulah Salsa untuk melengkapi bayangan $A'B'C'$ dan $A''B''C''$ dengan benar! Kemudian tuliskan tiap-tiap koordinatnya pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4 Refleksi Titik A,B, dan C terhadap Sumbu x dan Sumbu y

Titik Awal	Refleksi sumbu x	Refleksi sumbu y
$A(2,1)$	$A'(\ldots,\ldots)$	$A''(\ldots,\ldots)$
$B(5,2)$	...	...
$C(3,4)$	...	...

3. Berdasarkan pengalaman yang telah kalian lakukan, apa yang dapat kalian simpulkan dari refleksi terhadap sumbu x dan sumbu y? Dapatkah kalian tuliskan hasil refleksi terhadap sumbu x dan sumbu y untuk sebarang titik $A(x,\ y)$?
4. Buatlah garis yang menghubungkan titik A ke A'', apa yang dapat kalian simpulkan? Jika belum dapat menyimpulkan, coba hubungkan titik B ke B'' dan C ke C'' kemudian coba simpulkan kembali.
5. Berdasarkan pertanyaan no (4), refleksi segitiga ABC ke segitiga $A''B''C''$ dapat disebut sebagai refleksi terhadap titik pusat (0,0). Dapatkah kalian menuliskan cara merefleksikannya? Dan tuliskan pula hasil refleksinya untuk sebarang titik $A(x\ ,y)$!

Berdasarkan kegiatan Eksplorasi 3.3 kalian telah diperkenalkan 3 jenis refleksi sekaligus, yaitu refleksi terhadap sumbu x, refleksi terhadap sumbu y, dan refleksi terhadap titik pusat $(0,0)$. Untuk lebih memahami ketiga refleksi tersebut pada bidang koordinat, perhatikan sifat-sifat berikut ini.

Sifat 3.4 **Refleksi terhadap Sumbu x, Sumbu y, dan Titik Asal $O(0,0)$**

a. Bayangan titik $P(x,\ y)$ yang direfleksikan terhadap sumbu x adalah $P'(x,-y)$.

b. Bayangan titik $P(x, y)$ yang direfleksikan terhadap sumbu y adalah $P'(-x, y)$.

c. Bayangan titik $P(x, y)$ yang direfleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ adalah $P'(-x,-y)$.

Kegiatan Eksplorasi 3.3 secara digital dapat kalian lakukan pada aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap sumbu x, sumbu y, dan titik asal $(0,0)$, pindai kode QR atau kunjungi tautan berikut:
http://ringkas.kemdikbud.go.id/refleksi1

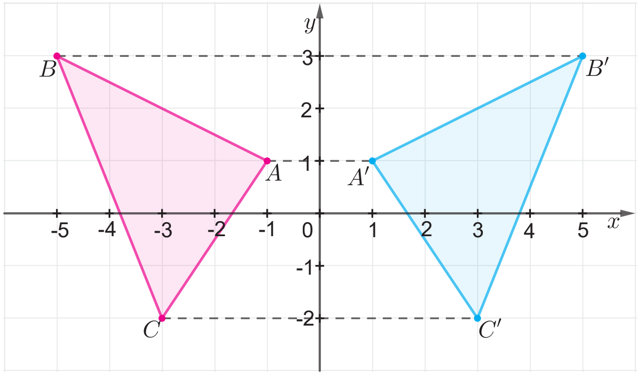
Sekarang, perhatikan Contoh 3.3 berikut untuk mempelajari bagaimana langkah cara merefleksikan sebuah bangun datar terhadap sumbu y!

Contoh 3.3 Merefleksikan sebuah Bangun Datar

Diketahui ΔABC dengan $A(-1,1)$, $B(-5,3)$ dan $C(-3,-2)$. Tentukan bayangan ΔABC yang direfleksikan terhadap sumbu y! Gambarkan segitiga tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan Sifat 3.4.b, bayangan titik $A(-1,1)$ adalah $A'(1,1)$, bayangan titik $B(-5,3)$ adalah $B'(5,3)$, dan bayangan titik $C(-3,-2)$ adalah $C'(3,-2)$ dan diilustrasikan pada Gambar 3.22.



Gambar 3.22 Ilustrasi Refleksi Bangun Datar terhadap Sumbu y

Ayo Mencoba

Diketahui ΔABC dengan $A(-2,1)$, $B(-6,4)$ dan $C(-4,-3)$. Tentukan bayangan dari ΔABC yang direfleksikan terhadap sumbu y! Gambarkan segitiga tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

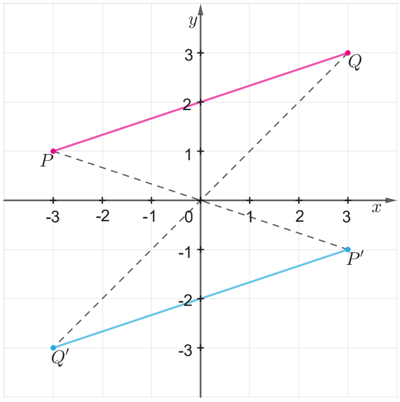
Setelah kalian mempelajari langkah-langkah dalam merefleksikan bangun datar terhadap sumbu y, coba pelajari Contoh 3.4 untuk melihat langkah-langkah dalam merefleksikan garis terhadap titik pusat $O(0,0)$.

Contoh 3.4 Merefleksikan Sebuah Ruas Garis

Tentukan bayangan ruas garis PQ dengan $P(-3,1)$ dan $Q(3,3)$ yang direfleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan Sifat 3.4.c, bayangan titik $P(-3,1)$ adalah $P'(3,-1)$ dan bayangan titik $Q(3,3)$adalah $Q'(-3,-3)$. Bayangan ruas garis PQ terlihat seperti pada Gambar 3.23.



Gambar 3.23 Ilustrasi Refleksi Sebuah Ruas Garis terhadap Titik Pusat $O(0,0)$

Ayo Mencoba

Tentukan bayangan ruas garis AB dengan $A(-2,3)$ dan $B(-1,-3)$ yang direfleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Pada Contoh 3.5 kalian diperlihatkan langkah-langkah dalam merefleksikan persamaan garis terhadap sumbu x. Ayo pelajari!

Contoh 3.5 Refleksi Persamaan Garis

Tentukan bayangan dari garis $y = 2x + 5$ yang direfleksikan terhadap sumbu x!

Alternatif Penyelesaian

Untuk memperoleh hasil refleksi sumbu x dari garis $y = 2x + 5$, terlebih dahulu kita ambil dua buah titik yang melalui garis tersebut.

Tabel 3.5 Dua Titik pada $y = 2x + 5$

x	1	-1
y	7	3
(x,y)	$(1,7)$	$(-1,3)$

Berdasarkan Sifat 3.4.a, hasil refleksi titik $(1,7)$ dan titik $(-1,3)$ terhadap sumbu x adalah $(1,-7)$ dan $(-1,-3)$. Dengan menggunakan sifat persamaan garis lurus diperoleh:

$$\frac{y-(-7)}{-3-(-7)}=\frac{x-1}{-1-1}$$
$$\frac{y+7}{4}=\frac{x-1}{-2}$$
$$-2(y+7)=4(x-1)$$
$$-2y-14=4x-4$$
$$-4x-2y=14-4$$
$$4x+2y=-10$$

Jadi, hasil refleksi persamaan garis $y=2x+5$ terhadap sumbu x adalah $4x+2y=-10$.

Ayo Mencoba

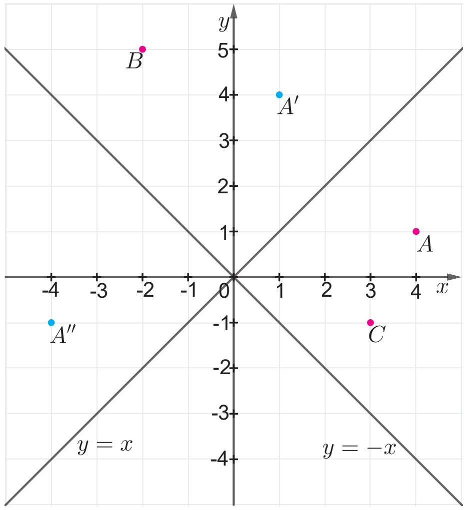
Tentukan hasil refleksi dari persamaan garis $y=3x-4$ terhadap sumbu x!

2. Refleksi terhadap Garis $y=x$ dan Garis $y=-x$

Pada topik sebelumnya, kalian telah mempelajari bagaimana langkah-langkah dalam merefleksikan titik, garis, atau bangun datar terhadap sumbu x, sumbu y, dan titik pusat $O(0,0)$. Pada topik ini, kalian akan mempelajari refleksi terhadap garis $y=x$ dan garis $y=-x$. Untuk memahaminya, lakukan aktivitas pada Eksplorasi 3.4.

Eksplorasi 3.4 **Refleksi terhadap Garis $y=x$ dan Garis $y=-x$**

Diberikan titik-titik pada bidang koordinat dengan garis $y=x$ dan $y=-x$ sebagai garis refleksi.



Gambar 3.24 Ilustrasi pencerminan terhadap garis $y=x$

1. Berdasarkan sifat cermin datar, buktikan bahwa titik $A'(1,4)$ merupakan bayangan refleksi titik $A(4,1)$ terhadap garis $y=x$.
2. Berdasarkan sifat cermin datar, buktikan bahwa titik $A''(-4,-1)$ merupakan bayangan refleksi titik $A'(1,4)$ terhadap garis $y=-x$.
3. Lengkapi tabel berikut.

Tabel 3.6 Refleksi Titik A,B, dan C Terhadap Garis $y=x$ dan $y=-x$

Titik Asal	Bayangan Refleksi Garis $y=x$	Bayangan Refleksi Garis $y=-x$
$A(4,1)$	$A'(4,1)$	...
$B(-2,5)$	...	...
$C(3,-1)$	...	...

Berdasarkan pengalaman di atas, apa yang dapat kalian simpulkan untuk sebarang titik di koordinat, atau dengan kata lain, apa bayangan dari sebarang titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terdapat garis $y=x$? Dan apa bayangan dari sebarang titik $Q(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y=-x$?

Berdasarkan Eksplorasi 3.4, diperoleh sifat-sifat berikut.

Sifat 3.5 Refleksi terhadap Garis $y = x$ dan $y = -x$

a. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = x$ adalah $P'(y,x)$.
b. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah $P(-y, -x)$.

Aktivitas Eksplorasi 3.4 secara digital dapat kalian lakukan pada aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap garis $y = x$ dan garis $y = -x$ ayo pindai kode QR berikut atau kunjungi tautan berikut: https://www.desmos.com/calculator/bpbfl3obkj?lang=id

Untuk lebih memahami cara merefleksikan titik terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$, ayo perhatikan Contoh 3.6 berikut!

Contoh 3.6 Merefleksikan sebuah Titik Koordinat

Diberikan titik $T(3,\text{-}4)$ dan $U(-4, -3)$.

a. Tentukan bayangan hasil refleksi titik T terhadap garis $y = x$.
b. Tentukan bayangan hasil refleksi titik U terhadap garis $y = -x$.

Alternatif Penyelesaian

a. Berdasarkan Sifat 3.5.a, bayangan titik $T(3, -4)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = x$ adalah $T'(-4,3)$.
b. Berdasarkan Sifat 3.5.b, bayangan titik $U(-4, -3)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah $U'(3,4)$.

Ayo Mencoba

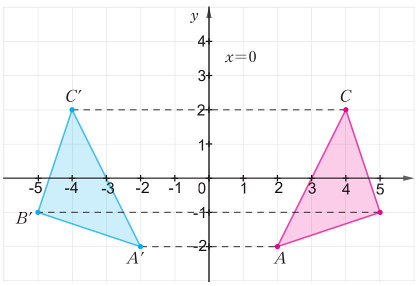
Tentukan bayangan hasil refleksi titik $V(2, 5)$ dan $W(-3,7)$ terhadapa garis $y=x$ dan $y=-x$.

3. Refleksi Terhadap Garis $x=k$ dan Garis $y=h$

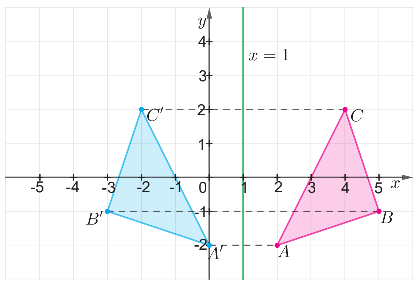
Pada topik ini, kalian akan mempelajari langkah-langkah dalam merefleksikan suatu objek terhadap garis $x=k$. Untuk itu, ayo lakukan aktivitas Eksplorasi 3.5.

Eksplorasi 3.5 Refleksi terhadap Garis $x=k$

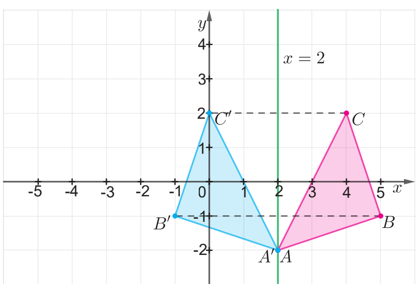
Perhatikan gambar-gambar berikut.



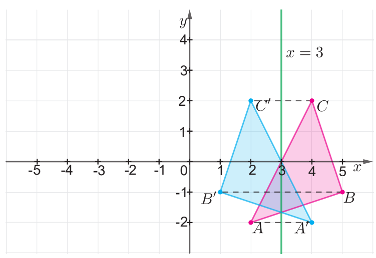
Gambar 3.25 Refleksi segitiga ABC terhadap $x=0$



Gambar 3.26 Refleksi segitiga ABC terhadap $x=1$



Gambar 3.27 Refleksi Segitiga ABC terhadap $x=2$



Gambar 3.28 Refleksi Segitiga ABC terhadap $x=3$

Gambar di atas menunjukkan hasil refleksi terhadap $x=0$ atau sumbu y, $x=1$, $x=2$, dan $x=3$. Selanjutnya, tuliskan koordinat bayangan ΔABC untuk masing-masing refleksi pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8 Refleksi Titik terhadap Garis $x=k$

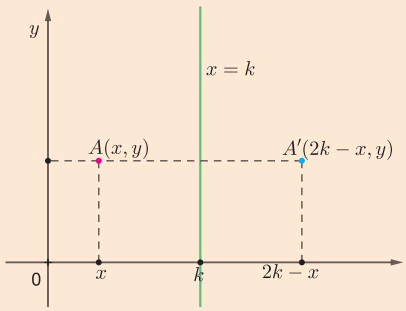
Titik sudut ΔABC	**Refleksi $x=0$**	**Refleksi $x=1$**	**Refleksi $x=2$**	**Refleksi $x=3$**
$A(2,-2)$				
$B(5,-1)$				
$C(4,2)$				

1. Berdasarkan pengamatan kalian, nilai apakah yang berubah?
2. Tentukan hasil bayangan refleksi untuk $A(x,\ y)$ terhadap garis $x=k$!
3. Diberikan titik $Z(3,-4)$, tentukan bayangan hasil refleksi titik Z terhadap garis $x=2$!

Berdasarkan Eksplorasi 3.5 dapat diperoleh Sifat 3.6 berikut.

Sifat 3.6 Refleksi terhadap Garis

Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $x=k$ adalah $P'(2k-x,y)$.



Gambar 3.29 Ilustrasi Refleksi terhadap Garis $x=k$

Selanjutnya, bagaimana cara untuk merefleksikan titik terhadap garis $y=h$?

Ayo Berpikir Kreatif 3.1

Dapatkah kamu menentukan koordinat hasil bayangan refleksi terhadap garis $y = h$?

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap sembarang garis vertikal, ayo pindai kode QR nya atau kunjungi tautan berikut:
http://ringkas.kemdikbud.go.id/refleksi4

Untuk lebih memahami langkah-langkah dalam merefleksikan ruas garis dan garis pada garis $x=k$ dan garis $y=h$, cermati contoh-contoh berikut ini!

Contoh 3.7 Merefleksikan sebuah Ruas Garis

Tentukan bayangan ruas garis PQ dengan $P(-3,2)$ dan $Q(-4,-1)$ yang direfleksikan terhadap garis $x=3$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

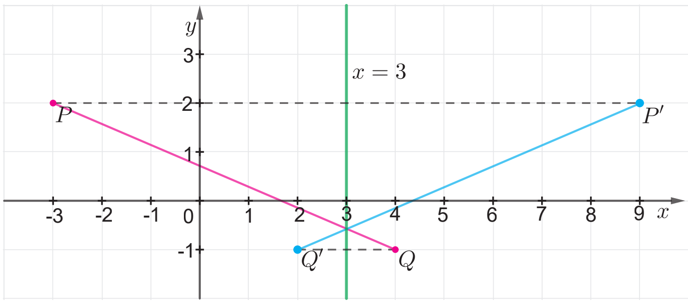
Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan Sifat 3.6, diperoleh

Tabel 3.9 Refleksi Ruas Garis PQ Terhadap $x=3$

Titik Awal	Refleksi garis $x=3$
$P(-3,\ 2)$	$P'(2(3)+3,\ 2)=P'(9,\ 2)$
$Q(4,-1)$	$Q'(2(3)-4,-1)$=Q'$(2,-1)$

Akibatnya, bayangan ruas garis PQ dapat kita gambarkan seperti pada Gambar 3.29.



Gambar 3.30 Ilustrasi Refleksi Ruas Garis PQ terhadap $x=3$

Ayo Mencoba

Tentukan bayangan ruas garis AB dengan $A(-2, 3)$ dan $B(3, 5)$ yang direfleksikan terhadap garis $x=4$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Pada Contoh 3.7, kalian telah diperlihatkan langkah-langkah dalam merefleksikan ruas garis terhadap garis $x=3$. Selanjutnya, cermati kembali Contoh 3.8 untuk melihat langkah-langkah dalam merefleksikan ruas garis terhadap garis $y=h$.

Contoh 3.8 Merefleksikan Sebuah Ruas Garis

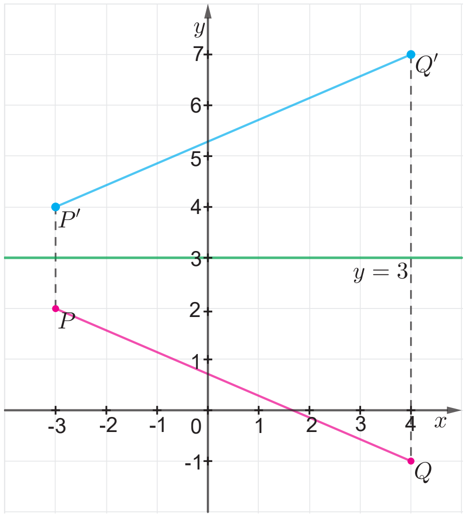
Tentukan bayangan dari ruas garis PQ dengan $P(-3,2)$ dan $Q(4, -1)$ yang direfleksikan terhadap garis $y=3$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Tabel 3.10 Refleksi Ruas Garis PQ Terhadap $y=3$

Refleksi garis $y=3$	Titik Awal
$P'(-3, 2(3)-2)=P'(-3,\ 4)$	$P(-3,\ 2)$
$Q'(4,\ 2(3)+1)=Q'(4, 7)$	$Q(4,-1)$

Akibatnya, bayangan ruas garis PQ dapat kita gambarkan seperti pada Gambar 3.31.



Gambar 3.31 Ilustrasi Refleksi Ruas Garis PQ terhadap $y = 3$

Ayo Mencoba

Tentukan bayangan ruas garis AB dengan $A(-2,3)$ dan $B(3,5)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = 4$! Gambarkan ruas garis tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Ayo Berpikir Kritis 3.1

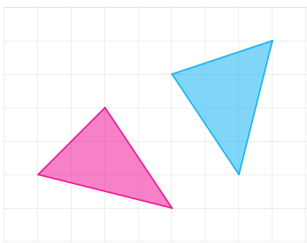
Sebuah ΔPQR akan direfleksikan terhadap $x = 3$ dan dilanjutkan dengan refleksi terhadap $y = 4$. Jika diketahui titik koordinat $P(5,6)$, $Q(10,6)$, dan $R(7,12)$, maka tentukan koordinat $\Delta P'Q'R'$ sebagai bayangan hasil kedua refleksi berurutan tersebut! Bagaimana jika ΔPQR direfleksikan terhadap titik $(3,4)$? Apakah menghasilkan bayangan yang sama?

Latihan B Refleksi

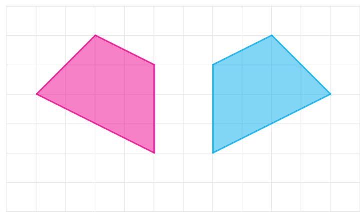
Pemahaman Konsep

1. Berdasarkan pengamatan kalian pada Gambar 3.32, apakah gambar berwarna biru merupakan hasil refleksi dari gambar berwarna merah? Jika ya, gambarkan garis refleksinya!

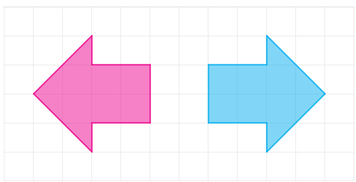
a.



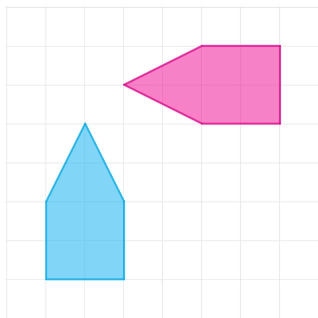
b.



c.



d.



Gambar 3.32 Pasangan Bangun Datar

2. Pasangkan dengan benar, jenis refleksi dengan hasil refleksinya dari titik $(2,-3)$!

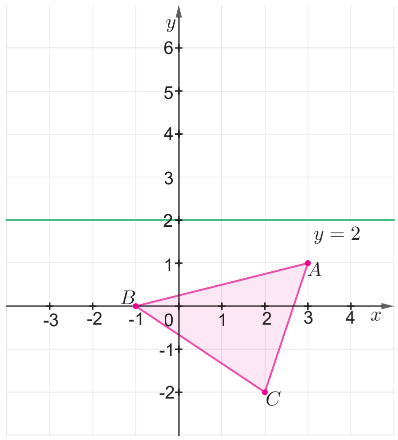
Sumbu x •	• $(3,-2)$
Sumbu y •	• $(4,-3)$
Titik pusat $(0,0)$ •	• $(-3,2)$
$y=x$ •	• $(-2,-3)$
$y=-x$ •	• $(2,3)$
$x=3$ •	• $(2,1)$
$y=-1$ •	• $(-2,3)$

Penerapan Konsep

3. $A(5,2)$, $B(8,5)$, dan $C(2,1)$ adalah titik-titik sudut ΔABC. Tentukan koordinat $\Delta A'B'C'$ sebagai bayangan refleksi masing-masing terhadap sumbu x, sumbu y, titik pusat $(0,0)$, $y=x$, dan $y=-x$! Gambarkan kelima proses refleksi tersebut!

4. Diketahui segi empat $KLMN$ dengan $K(1,2)$, $L(6,4)$, $M(8,-3)$ dan $N(3,-1)$. Tentukan koordinat segi empat $K'L'M'N'$ sebagai hasil refleksi segi empat $KLMN$ terhadap $x=3$. Gambarkan segi empat beserta bayangannya pada bidang koordinat.

5. Perhatikan Gambar 3.33!



Gambar 3.33 Refleksi ΔABC terhadap Garis $y=2$

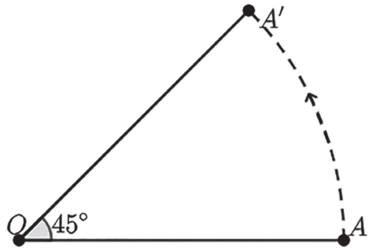
Gambarkan bayangan refleksi ΔABC terhadap $y=2$.

C. Rotasi (Perputaran)

Pernahkah kalian menaiki bianglala? Gambar 3.34 menunjukkan perpindahan posisi awal A ke posisi B saat Bianglala berputar *berlawanan* dengan arah perputaran jarum jam terhadap titik tetap O. Titik tetap ini disebut **pusat rotasi**. Rotasi merupakan salah satu bentuk transformasi dengan memutarkan suatu objek (titik,

Gambar 3.34 Bianglala

garis, atau bangun) berdasarkan sudut dan arah tertentu terhadap pusat rotasinya. Besar sudut dari bayangan objek terhadap posisi awalnya disebut **sudut rotasi**. Pada Gambar 3.35, titik A berotasi sejauh 45º *berlawanan* arah perputaran jarum jam ke titik A' dengan pusat rotasi O. Selanjutnya rotasi yang arahnya *berlawanan* dengan *arah perputaran jarum jam* disebut arah *positif*, sedangkan yang *searah* dengan arah perputaran jarum jam disebut arah *negatif*.



Gambar 3.35 Rotasi Titik

Untuk memahami tentang pusat dan arah rotasi, ayo lakukan aktivitas eksplorasi berikut.

Eksplorasi 3.6 Pusat dan Arah Rotasi

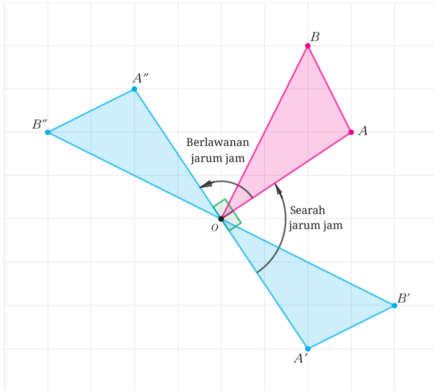
Untuk melakukan aktivitas eksplorasi ini, terlebih dahulu kalian siapkan busur dan jangka. Setelah siap, lakukan langkah-langkah berikut. Diberikan dua buah titik A dan titik O.

Gambar 3.35 Titik A dan Titik O

1. Tariklah garis yang menghubungkan titik A dan titik O.
2. Buatlah sebuah garis l yang membentuk sudut 30º (**berlawanan** arah perputaran jarum jam) terhadap garis AO dengan titik O sebagai pusat rotasi. Gunakan busur untuk menentukan besar sudutnya!
3. Dengan pusat di titik O, buatlah busur lingkaran dari titik A dengan menggunakan jangka sehingga busur lingkaran tersebut memotong garis l di titik A'.

Selanjutnya titik A' dikatakan sebagai hasil rotasi sebesar 30º dari titik A (berlawanan arah perputaran jarum jam). Dengan langkah yang sama, tentukan titik A'' sebagai hasil rotasi sebesar 60º dari titik A (berlawanan arah perputaran jarum jam) terhadap pusat lingkaran O.

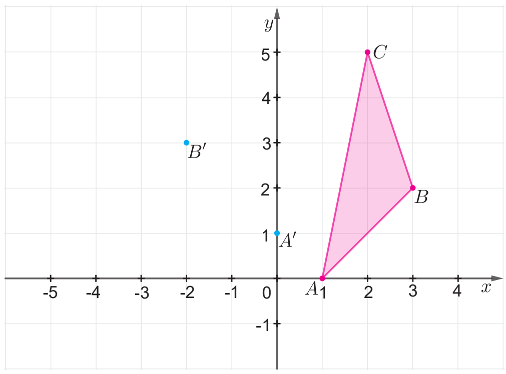
Gambar 3.36 menunjukkan hasil rotasi ΔAOB yang berpusat di O dengan arah yang berbeda. Bayangan $\Delta A'OB'$ merupakan hasil rotasi sebesar -90° (*searah* perputaran jarum jam), sedangkan $\Delta A''OB''$ merupakan hasil rotasi sebesar 90° (*berlawanan* arah perputaran jarum jam). Selanjutnya, bagaimana kita menentukan titik koordinat hasil rotasi? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, lakukan kembali aktivitas ekplorasi berikut.



Gambar 3.36 Arah Rotasi

Eksplorasi 3.7 Rotasi terhadap Titik Pusat (0,0)

Perhatikan dengan saksama gambar ΔABC pada Gambar 3.37.



Gambar 3.37 Ilustrasi Rotasi pada Bidang Koordinat

1. Jika kita merotasikan ΔABC sebesar 90° berlawanan arah jarum jam terhadap titik asal $O(0,0)$, periksalah dengan menggunakan penggaris dan busur, apakah titik A' dan B' masing-masing merupakan bayangan dari titik A dan B? Selanjutnya tentukan hasil rotasi titik C terhadap titik pusat $O(0,0)$.
2. Gambarkan bayangan $\Delta A'B'C'$!
3. Gambarkan hasil rotasi ΔABC sebesar 180°. Berdasarkan pengalaman kalian tentang materi sebelumnya, adakah jenis transformasi lain yang sama dengan rotasi sebesar 180°? Sebutkan!

❹ Untuk mempermudah kalian menarik kesimpulan, isilah tabel berikut.

Tabel 3.11 Hasil Rotasi Titik (x,y)

Titik Awal	Pusat Rotasi	Sudut Rotasi	Arah Rotasi	Bayangan Hasil Rotasi
$(2,3)$	$(0,0)$	-90°	Searah jarum jam	
(x,y)	$(0,0)$	-90°		
(x,y)	$(0,0)$	90°		
$(-3,2)$	$(0,0)$	180°		
(x,y)	$(0,0)$	-180°		
(x,y)	$(0,0)$	180°		
(x,y)	$(0,0)$	-270°		
(x,y)	$(0,0)$	270°		

Aktivitas 3.7 secara digital dapat kalian lakukan pada aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai rotasi, kalian dapat memindai kode QR atau mengunjungi tautan berikut:
http://ringkas.kemdikbud.go.id/rotasi

Cermati Contoh 3.9 untuk melihat langkah-langkah dalam merotasikan sebuah segitiga terhadap pusat rotasi $O(0,0)$.

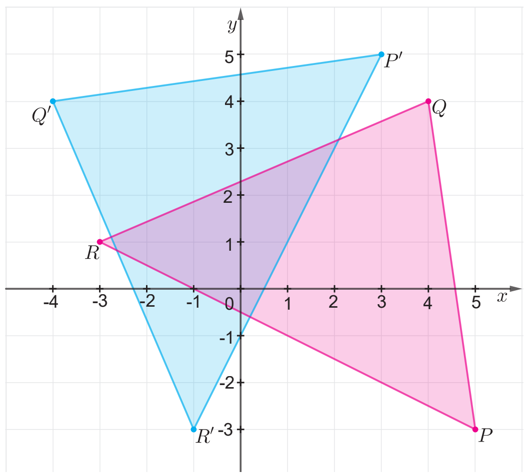
Contoh 3.9 Merotasikan Segitiga

Tentukan bayangan segitiga PQR dengan $P(5,-3)$, $Q(4,4)$ dan $R(-3,1)$, yang dirotasikan sebesar 90º berlawanan arah jarum jam terhadap titik pusat $(0,0)$! Gambarkan segitiga PQR beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Tabel 3.12 Rotasi 90° Terhadap $O(0,0)$

Titik Awal	Hasil Rotasi
$P(5,-3)$	$P'(3,5)$
$Q(4,4)$	$Q'(-4,4)$
$R(-3,1)$	$R'(-1,-3)$



Gambar 3.38 Ilustrasi Refleksi sebuah Ruas Garis

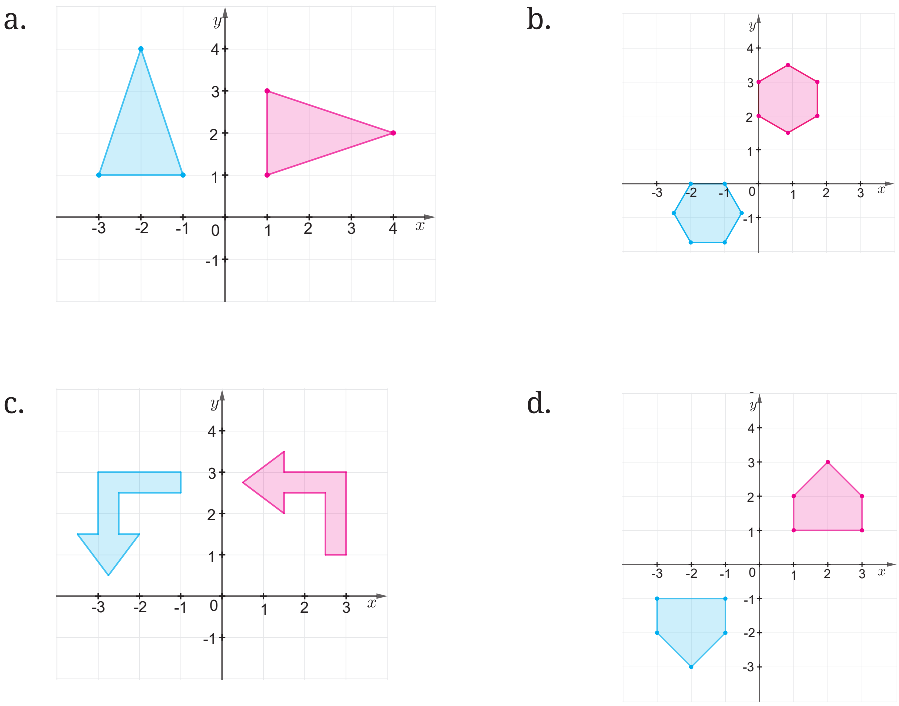
Ayo Mencoba

Tentukan bayangan segitiga KLM pada bidang koordinat dengan $K(2,3)$, $L(4,2)$ dan $M(3,5)$ yang dirotasikan sebesar -90º (*searah* jarum jam)! Gambarkan segitiga KLM beserta bayangannya!

Latihan C Rotasi

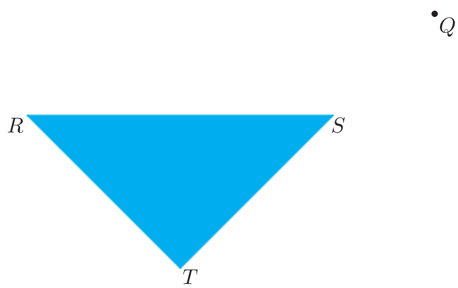
Pemahaman Konsep

1. Berdasarkan pengamatan kalian pada Gambar 4.39, jelaskan apakah gambar berwarna biru merupakan hasil rotasi dari gambar berwarna merah? Jika ya, tentukan besar dan arah rotasinya.



Gambar 3.39 Pasangan Bangun Datar

2. Gambarkan hasil rotasi segitiga RST dengan besar sudut 180º terhadap titik Q.



Gambar 3.40 Rotasi Segitiga RST

Penerapan Konsep

3. $A(5,2)$, $B(8,5)$, dan $C(2,1)$ adalah titik-titik sudut pada ΔABC. Tentukan bayangan ΔABC dari hasil rotasi sebesar 90º berlawanan arah jarum jam terhadap titik pusat $O(0,0)$. Gambarkan ΔABC beserta bayangannya.
4. Diketahui segi empat $KLMN$ dengan titik sudutnya di $K(1,2)$, $L(6,4)$, $M(8,-3)$ dan $N(3,-1)$. Tentukan bayangan hasil rotasi 180º terhadap titik pusat $O(0,0)$. Gambarkan segi empat $KLMN$ beserta bayangannya pada bidang koordinat.
5. Gambar bayangan hasil refleksi untuk setiap segitiga berikut pada garis yang diketahui. Bayangan akhir dari setiap bangun tersebut juga merupakan hasil rotasi. Tentukan koordinat bayangan dan sudut rotasinya.
   a. ΔABCdengan $A(3,0)$, $B(6,0)$ dan $C(5,4)$ direfleksikan pada sumbu x dilanjutkan sumbu y.
   b. ΔHIJ dengan $H(2,1)$, $I(7,4)$, dan $J(-1,5)$ direfleksikan pada garis $y=x$ dilanjutkan sumbu x.
   c. ΔKLM dengan $K(2,-1)$, $L(4,2)$, dan $M(2,5)$ direfleksikan pada garis $y=x$ dilanjutkan garis $y=-x$.
6. Diketahui ΔDEF dengan koordinat titik sudut di $D(3,2)$, $E(8,1)$ dan $F(8,5)$. Gambarlah bayangan hasil transformasi ΔDEF jika:
   a. Dicerminkan terhadap sumbu x kemudian dirotasikan 90º berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi $O(0,0)$.
   b. Dirotasikan 180º dengan pusat rotasi $O(0,0)$ kemudian ditranslasikan sejauh $\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.
   c. Dirotasikan 90º searah jarum jam dengan pusat rotasi $O(0,0)$ kemudian direfleksikan terhadap sumbu y setelah itu ditranslasikan sejauh $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.

D. Kekongruenan

Indonesia memiliki keberagaman budaya yang patut kita ketahui bersama-sama. Gambar 3.41 berikut ini menunjukkan salah satu bentuk budaya di Indonesia, yaitu rumah adat Minangkabau.

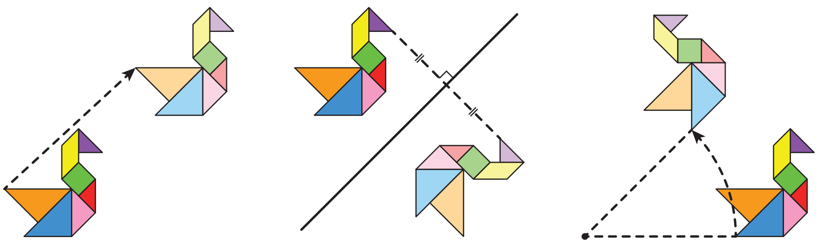
Gambar 3.41 Rumah Adat Minangkabau
Sumber: Pusat Dokumentasi dan Informasi Kebudayaan Minangkabau/Wikimedia.org

Ada hal menarik yang perlu kita cermati di dalam rumah adat tersebut, yaitu tentang jendelanya. Hal menarik tersebut akan kita pelajari di dalam subbab ini dengan menghubungkannya dengan translasi, refleksi, dan rotasi. Oleh karena itu, ayo kerjakan Eksplorasi 3.8.

Eksplorasi 3.8 Menyelidiki Rangkaian Translasi, Refleksi, dan Rotasi

Tahukah kalian karakteristik bayangan hasil translasi, refleksi, dan rotasi? Apakah karakteristik tersebut akan tetap sama jika ketiga transformasi tersebut dikombinasikan? Ayo kita selidiki!

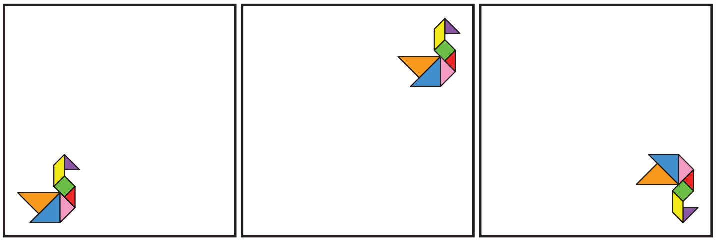
1. Perhatikan Gambar 3.42 berikut! Gambar tersebut menunjukkan bayangan sebuah objek setelah dilakukan translasi, refleksi (terhadap sebuah garis), atau rotasi.



Gambar 3.42 Bayangan Hasil Translasi, Refleksi, dan Rotasi

Berdasarkan Gambar 3.42, temukan persamaan dan perbedaan bayangan hasil translasi, refleksi, dan rotasi!

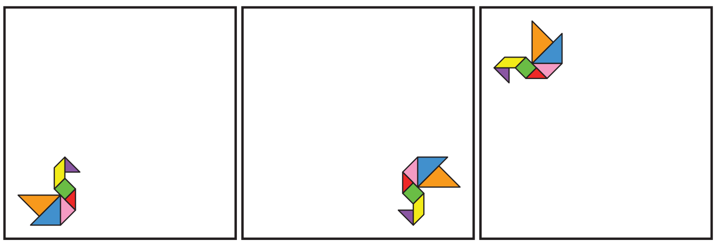
2. Berdasarkan pengamatan terhadap Gambar 3.42, Sondang berpendapat bahwa bayangan hasil translasi, refleksi, dan rotasi memiliki bentuk dan ukuran yang sama terhadap objek aslinya. Menurut kalian, apa maksud dari pendapat Sondang tersebut? Apakah kalian setuju? Mengapa?
3. Sekarang kalian akan menemukan karakteristik bayangan yang diperoleh dari rangkaian transformasi.
   a. Gambar 3.43 berikut menunjukkan rangkaian transformasi terhadap suatu objek.



Gambar 3.43 Rangkaian Transformasi Pertama

Transformasi apa saja yang digunakan untuk mengubah objek asli (gambar paling kiri) menjadi bayangan akhir (gambar paling kanan)?

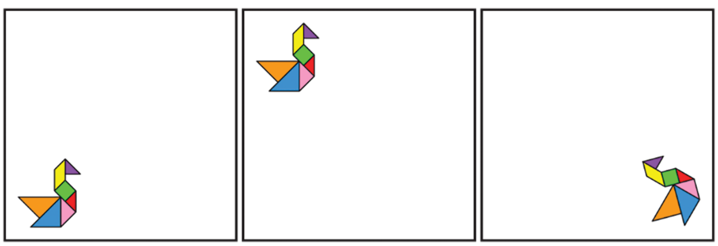
   b. Perhatikan Gambar 3.44 berikut!



Gambar 3.44 Rangkaian Transformasi Kedua

Transformasi apa saja yang dikenakan pada objek asli untuk menjadi bayangan akhir?

   c. Cermati rangkaian transformasi pada Gambar 3.45 berikut!

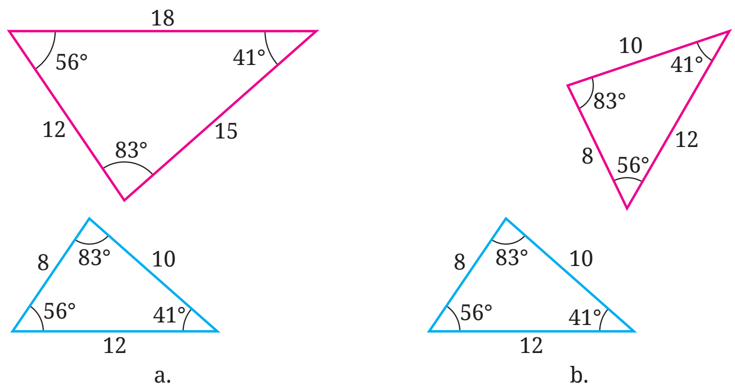


Gambar 3.45 Rangkaian Transformasi Ketiga

Rangkaian transformasi apa saja yang mengubah objek asli menjadi bayangan akhir?

d. Menurut kalian, apa karakteristik bayangan hasil rangkaian translasi, refleksi, dan rotasi?

4. Gambar 3.46 menunjukkan dua pasang objek awal (biru) dan bayangannya (merah) setelah mendapatkan satu atau lebih transformasi.



Gambar 3.46 Pasangan Objek dan Bayangan

a. Berdasarkan Gambar 3.49 tersebut, apakah ada pasangan [(a) atau (b)] yang memiliki karakteristik sama dengan transformasi pada soal nomor 1 dan 3? Mengapa?

b. Jika di bagian 4.a kalian menemukan pasangan yang diminta, carilah rangkaian translasi, refleksi, atau rotasi yang mengubah segitiga awal (biru) menjadi bayangannya (segitiga merah) dalam pasangan itu!

Di dalam Eksplorasi 3.8, kalian telah menemukan karakteristik penting translasi, refleksi, dan rotasi. Karakteristik tersebut dirangkum dalam Sifat 3.6 berikut

Sifat 3.6 **Karakteristik Translasi, Refleksi, dan Rotasi**

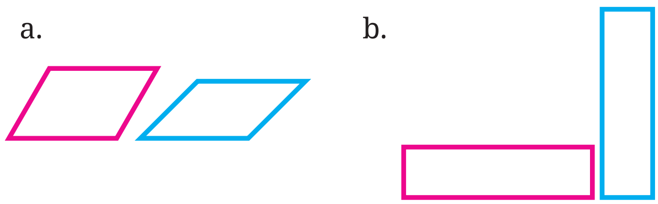
Jika suatu objek dikenakan transformasi tunggal atau rangkaian transformasi dari translasi, refleksi, atau rotasi, bayangannya memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan objek aslinya.
Jika dua bangun datar memiliki bentuk dan ukuran yang sama, terdapat transformasi tunggal atau rangkaian transformasi dari translasi, refleksi, atau rotasi yang membuat bangun datar pertama tepat berimpit dengan bangun datar kedua.

Berdasarkan Sifat 3.6 tersebut, translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah bentuk dan ukuran objek yang ditransformasikan. Karena alasan ini, translasi, refleksi, dan rotasi disebut dengan **transformasi kaku**.

Untuk lebih mengetahui penggunaan Sifat 3.6, cermati Contoh 3.10 berikut ini.

Contoh 3.10 **Menggunakan Karakteristik Transformasi Kaku**

Gambar 3.47 berikut memperlihatkan dua pasang bangun datar.



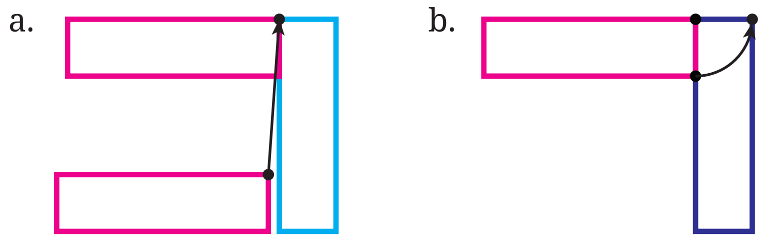
Gambar 3.47 Dua Pasang Bangun Datar

Apakah ada suatu transformasi kaku atau rangkaiannya yang membawa bangun datar pertama (merah) ke bangun datar kedua (biru)? Jelaskan!

Alternatif Penyelesaian

a. Untuk Gambar 3.47 (a), kedua jajar genjangnya memiliki sudut dalam yang berbeda. Padahal, transformasi kaku menjaga bentuk dan ukuran dari objek dan bayangannya. Dengan demikian, tidak ada transformasi kaku (atau rangkaiannya) yang membawa jajar genjang pertama (merah) untuk bisa berimpit dengan jajar genjang kedua (biru).

b. Pada Gambar 3.47 (b), persegi panjang merah memiliki panjang dan lebar yang sama dengan persegi panjang biru. Dengan demikian, kedua persegi panjang tersebut memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Oleh karena itu, dalam kasus ini, ada rangkaian transformasi kaku yang membawa persegi panjang kiri untuk berimpit dengan persegi panjang sebelah kanan. Rangkaian transformasi kaku tersebut diilustrasikan pada Gambar 3.51 berikut.

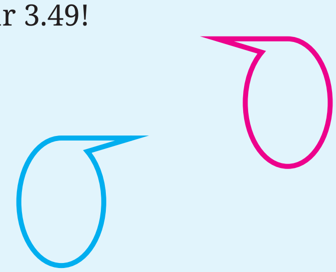


Gambar 3.48 Rangkaian Transformasi Kaku pada Persegi Panjang

Pada Gambar 3.48, transformasi pertama yang digunakan adalah translasi yang menggeser persegi panjang ke atas dan ke kanan. Setelah itu, bayangannya dirotasikan dengan pusat salah satu titik sudutnya dengan besar sudut 90°. Dengan rangkaian dua transformasi tersebut, persegi panjang pertama tepat berimpit persegi panjang yang kedua.

Ayo Mencoba

Perhatikan Gambar 3.49!

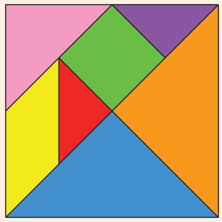


Gambar 3.49 Dua Bangun Datar

Apakah ada transformasi kaku (atau rangkaiannya) yang membawa bangun datar pertama untuk berimpit ke bangun datar kedua? Jika ada, tunjukkan transformasinya!

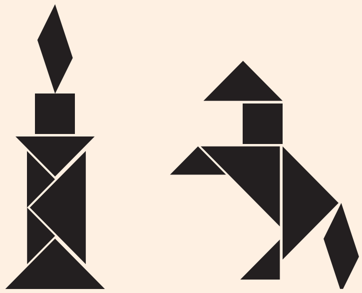
Ayo Berpikir Kreatif 3.2

Di dalam Eksplorasi 3.8, kalian ditunjukkan sebuah gambar burung yang disusun oleh sebuah teka-teki gambar. Teka-teki gambar tersebut terdiri dari lima segitiga, satu jajar genjang, dan satu persegi. Teka-teki gambar semacam ini disebut dengan tangram. Perhatikan Gambar 3.50.



Gambar 3.50 Tangram

1. Buatlah tangram seperti pada Gambar 3.50 tersebut pada selembar kertas karton. Setelah itu, potonglah dan susunlah potongan-potongannya sehingga memenuhi bingkai seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.51 berikut!



Gambar 3.51 Bingkai Tangram Berbentuk Lilin dan Kuda

2. Buatlah tangram seperti Gambar 3.51 pada kertas karton sebanyak dua set. Potonglah tangram tersebut dan gunakan semua potongannya untuk membuat bentuk yang menyerupai objek-objek di sekitar kalian.

1. Kekongruenan

Di bagian sebelumnya kalian telah mengetahui bahwa transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi) tidak mengubah bentuk dan ukuran suatu objek. Dengan kata lain, transformasi tersebut menghasilkan bayangan yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan objek aslinya. Selanjutnya, dua bangun datar yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama tersebut dinamakan dua bangun datar yang **kongruen**.

Kekongruenan memiliki arti yang sama dengan kesamaan bentuk dan ukuran oleh karena itu kita dapat mendefinisikannya dengan menggunakan karakteristik transformasi kaku (Sifat 3.6) sebagai berikut.

Definisi 3.2 Kekongruenan

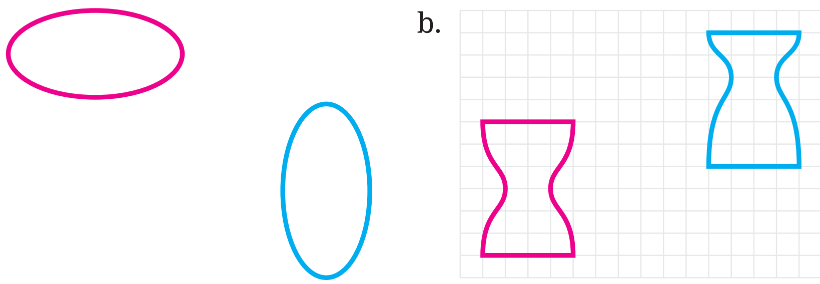
Dua bangun datar dikatakan kongruen jika terdapat transformasi kaku (translasi, refleksi, atau rotasi) tunggal atau rangkaian transformasi kaku yang membuat bangun datar pertama tepat berimpit dengan bangun datar kedua.

Sekarang, perhatikan Contoh 3.11 berikut untuk melihat bagaimana penggunaan Definisi 3.2 tersebut.

Contoh 3.11 Menentukan Kekongruenan Dua Bangun Datar

Tentukan apakah pasangan dua bangun datar pada Gambar 3.52 (a) dan (b) berikut kongruen atau tidak!

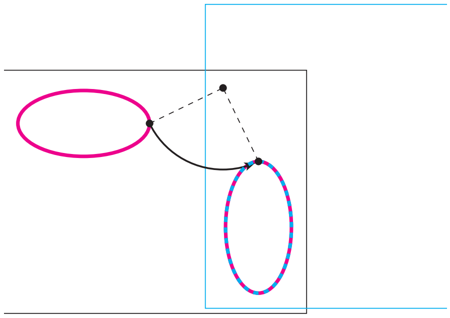
a. b.



Gambar 3.52 Dua Pasang Bangun Datar

Alternatif Penyelesaian

a. Di Gambar 3.52 (a) kita mengamati bahwa bangun datar pertama (warna merah) tampaknya memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan bangun datar kedua (warna biru). Untuk memastikannya, kita akan merotasikan bangun datar pertama dan melihat apakah hasilnya tepat berimpit dengan bangun datar kedua, lihat Gambar 3.53.



Gambar 3.53 Rotasi Bangun Datar Terhadap Titik A Sebesar 90°

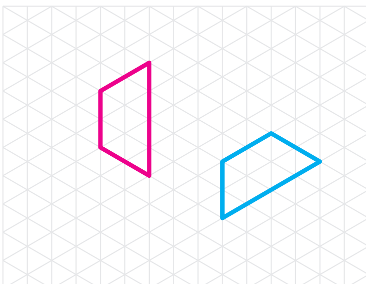
Untuk melakukan rotasi tersebut, kita jiplak bangun datar pertama pada kertas lain. Selanjutnya, kita rotasi kertas tersebut terhadap titik A sebesar 90°. Dari rotasi ini, diperoleh bahwa hasil rotasinya tepat berimpit dengan bangun datar kedua. Jadi, kedua bangun datar tersebut kongruen.

Dua bangun datar yang ditunjukkan pada Gambar 3.56 (b) memiliki bentuk yang berbeda. Bangun datar pertama memiliki lengkung (kecekungan) yang letaknya tepat di tengah-tengah sedangkan bangun datar kedua lengkungnya tidak tepat di tengah-tengah. Dengan demikian, kedua bangun datar tersebut tidak kongruen.

Alternatif Penyelesaian

Perhatikan Gambar 3.54 berikut!

Tentukan apakah kedua bangun datar pada Gambar 3.54 tersebut kongruen atau tidak! Jelaskan alasannya!



Gambar 3.54 Dua Bangun Datar

Dari Contoh 3.11, kita memperoleh dua hal penting sebagai berikut.

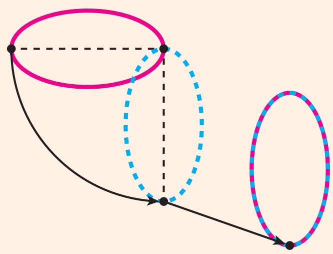
1. Untuk membuktikan bahwa dua bangun datar kongruen, kita harus menunjukkan bahwa kedua bangun datar tersebut memiliki bentuk

dan ukuran yang sama. Dengan demikian, kita perlu menunjukkan bahwa terdapat transformasi kaku tunggal atau rangkaiannya yang membuat bangun datar pertama tepat berimpit dengan bangun datar kedua.

2. Untuk membuktikan bahwa dua bangun datar tidak kongruen, kita perlu menunjukkan bahwa kedua bangun datar tersebut memiliki bentuk yang tidak sama atau ukuran yang tidak sama.

Ayo Berpikir Kreatif 3.3

Ketika mencermati Gambar 3.52 (a), Ahmad dapat menunjukkan rangkaian transformasi kaku yang membuat bangun datar pertama (I) tepat berimpit dengan bangun datar kedua (II). Rangkaian transformasi kaku tersebut ditunjukkan pada Gambar 3.55.



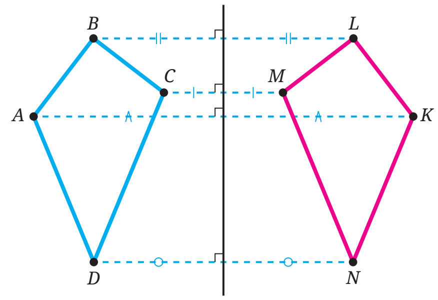
Gambar 3.55 Rangkaian Transformasi Kaku yang Dilakukan Ahmad

a. Transformasi apa saja yang dilakukan oleh Ahmad? Sebutkan transformasi tersebut secara terurut!

b. Carilah satu rangkaian transformasi kaku lainnya yang berbeda dengan Ahmad dan membuat bangun datar pertama tepat berimpit dengan bangun datar kedua!

2. Kekongruenan pada Segi Banyak

Di bagian sebelumnya, kalian telah belajar kekongruenan untuk sembarang bangun datar. Sekarang, kalian akan belajar kekongruenan khusus untuk segi banyak. Sebelum itu, kalian perlu mengenal apa itu titik-titik, sisi-sisi, dan sudut-sudut yang **bersesuaian**. Perhatikan Gambar 3.56!



Gambar 3.56 Segi Empat $ABCD$ dan $KLMN$

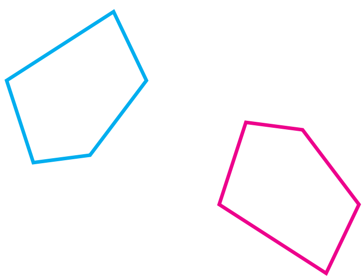
Segi empat $ABCD$ dan $KLMN$ pada Gambar 3.56 merupakan dua bangun datar yang kongruen. Hal ini dikarenakan terdapat transformasi kaku, yaitu refleksi terhadap garis g, yang membuat segi empat $ABCD$ tepat berimpit dengan segi empat $KLMN$.

Dengan melakukan refleksi terhadap garis g, titik A tepat berimpit dengan titik K, titik B dengan titik L, titik C dengan titik M, dan titik D dengan titik N. Selanjutnya, pasangan titik-titik tersebut disebut dengan titik-titik yang bersesuaian. Dengan alasan yang sama, kita dapat menyatakan bahwa sisi AB dan sisi KL, sisi BC dan sisi LM, sisi CD dan sisi MN, sisi DA dan sisi NK merupakan pasangan sisi-sisi yang bersesuaian. Terakhir, kita juga dapat menyatakan ∠A dan ∠K, ∠B dan ∠L, ∠C dan ∠M, dan ∠D dan ∠N merupakan pasangan sudut-sudut yang bersesuaian.

Sekarang, ayo kita selidiki sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian dari dua segi banyak yang kongruen!

Eksplorasi 3.9 Menyelidiki Sisi-Sisi dan Sudut-Sudut yang Bersesuaian dari Segi Banyak

Gambar 3.57 berikut memperlihatkan dua segi lima yang kongruen.



Gambar 3.57 Dua Segi Lima yang Kongruen

1. Dengan menggunakan penggaris, ukurlah panjang setiap sisi kedua segi lima tersebut dan tuliskan hasilnya pada Tabel 3.13 berikut.

Tabel 3.13 Panjang Sisi Segi Lima yang Diberikan

Segi Lima Pertama		Segi Lima Kedua	
Sisi	**Panjang (cm)**	**Sisi**	**Panjang (cm)**

2. Dengan menggunakan busur derajat, ukurlah setiap sudut dari dua segi lima pada Gambar 3.60 dan catatlah hasilnya pada Tabel 3.14 berikut.

Tabel 3.14 Besar Sudut Segi Lima yang Diberikan

Segi Lima Pertama		Segi Lima Kedua	
Sudut	**Besar (°)**	**Sudut**	**Besar (°)**

3. Selidikilah apakah ada rangkaian transformasi kaku yang membuat bangun datar pertama pada Gambar 3.60 tepat berimpit dengan bangun datar kedua! Apakah kedua bangun datar tersebut kongruen?
4. Berdasarkan pekerjaan kalian di nomor 1, 2, dan 3, apa yang dapat kalian simpulkan?

Dari Eksplorasi 3.9, kalian mendapatkan karakteristik penting dari dua segi banyak yang kongruen. Karakteristik tersebut dirangkum dalam Sifat 3.7.

Sifat 3.7 Karakteristik Segi Banyak yang Kongruen

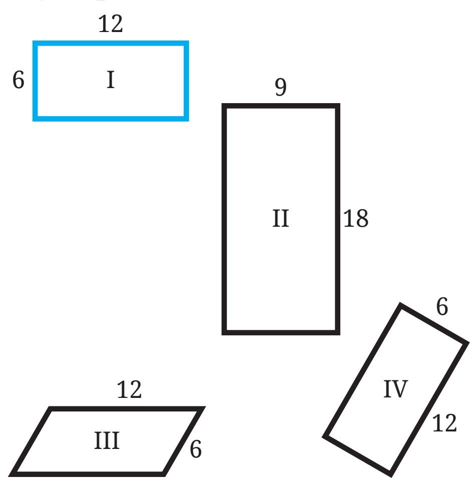
Dua segi banyak dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat berikut.

- Sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segi banyak tersebut sama panjang.
- Sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segi banyak tersebut sama besar.

Ayo cermati Contoh 3.12, agar kalian dapat mengetahui penggunaan karakterisik segi banyak yang kongruen untuk menyelesaikan masalah!

Contoh 3.12 Memilih Segi Banyak yang Kongruen

Perhatikan persegi panjang I, persegi panjang II, jajar genjang III, dan persegi panjang IV pada Gambar 3.58 berikut!



Gambar 3.58 Segi Empat I, II, III, dan IV

Dari segi empat II, III, dan IV tersebut, manakah yang kongruen dengan persegi panjang I? Jelaskan!

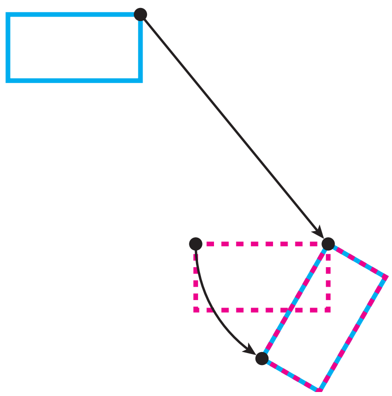
Alternatif Penyelesaian

Meskipun persegi panjang II besar semua sudut dalamnya sama dengan sudut-sudut dalam persegi panjang I (mengapa?), tetapi panjang sisi-sisinya berbeda. Dengan demikian, persegi panjang I tidak kongruen dengan persegi panjang II.

Panjang sisi-sisi persegi panjang I adalah 6, 12, 6, dan 12. Hal ini sama dengan panjang sisi-sisi jajar genjang III, yaitu 6, 12, 6, dan 12. Meskipun demikian, besar sudut-sudut dalam persegi panjang I tidak sama dengan besar sudut-sudut dalam jajar genjang III. Dengan demikian, persegi panjang I tidak kongruen dengan jajar genjang III.

Persegi panjang I dan persegi panjang IV memiliki panjang sisi-sisi yang sama dan dengan urutan yang sama, yaitu 6, 12, 6, dan 12. Selain itu, besar semua sudut dalamnya pun sama. Dengan demikian, sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua persegi panjang tersebut sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaiannya sama besar. (Tunjukkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaiannya!) Jadi, kedua persegi panjang tersebut kongruen.

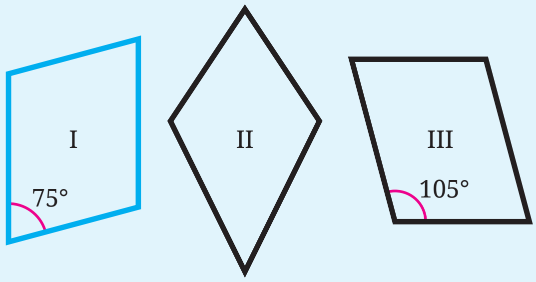
Karena persegi panjang I dan IV kongruen, kita dapat melakukan rangkaian transformasi kaku yang membuat persegi panjang I tepat berimpit dengan persegi panjang IV. Rangkaian transformasi tersebut diilustrasikan pada Gambar 3.59.



Gambar 3.59 Translasi dan Rotasi dari Persegi Panjang I ke Persegi Panjang IV

Ayo Mencoba

Perhatikan jajar genjang I, layang-layang II, dan jajar genjang III pada Gambar 3.60 berikut!



Gambar 3.60 Segi Empat I, II, dan III

Dari segi empat II dan III, manakah yang kongruen dengan segi empat I? Mengapa?

3. Kekongruenan Segitiga

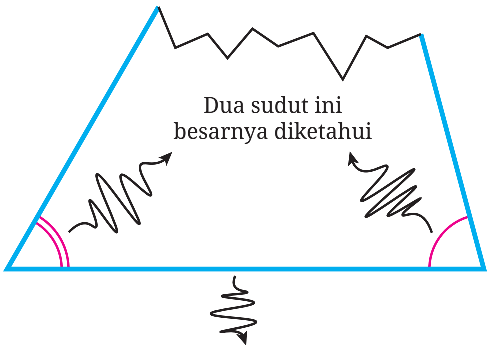
Segitiga merupakan segi banyak sehingga kita dapat menggunakan Sifat 3.7 untuk memastikan bahwa dua (atau lebih) segitiga merupakan segitiga-segitiga yang kongruen. Dengan sifat tersebut, kita perlu memastikan bahwa semua sisi dan sudut yang bersesuaiannya memiliki ukuran yang sama. Apakah ada cara yang lebih sederhana? Untuk mengetahuinya, ayo kerjakan Eksplorasi 3.10!

Eksplorasi 3.10 Membuat Segitiga jika Diketahui Dua Sudut dan Satu Sisi yang Diapitnya

Di aktivitas eksplorasi ini, kalian akan diminta untuk membuat segitiga. Untuk itu, siapkan alat dan bahan yang diperlukan! Alat dan bahannya adalah kertas, penggaris, busur derajat, pensil, dan gunting.

1. Pada selembar kertas, lukislah sebuah segitiga yang besar dua sudut dalamnya adalah 60° dan 75°, serta panjang sisi di antara

kedua sudut tersebut adalah 25 cm. Informasi yang diketahui dari soal ini dapat diilustrasikan pada Gambar 3.61.



Gambar 3.61 Segitiga dengan Dua Sudut dan Satu Sisi yang Diapitnya Diketahui

2. Guntinglah segitiga yang telah kalian lukis dan tukarkan segitiga tersebut dengan segitiga yang diperoleh teman kalian! (Sebelum ditukar, sebaiknya kalian mencantumkan nama kalian di segitiga yang kalian buat)
3. Koreksilah potongan segitiga milik teman kalian apakah besar dua sudutnya 60° dan 75°, serta panjang sisi yang diapit kedua sudut tersebut adalah 25 cm. Jika belum sesuai, bantulah teman kalian untuk membuat segitiga yang sesuai dengan informasi yang diberikan!
4. Bandingkan segitiga kalian dengan segitiga milik teman-teman kalian. Apa yang dapat kalian simpulkan?

Di Eksplorasi 3.10, kalian telah menemukan kesimpulan penting mengenai kekongruenan segitiga. Jika dua segitiga memiliki dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi di antara kedua sudut tersebut sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen. Kriteria kekongruenan segitiga ini selanjutnya disingkat dengan kriteria sudut-sisi-sudut (Sd-S-Sd).

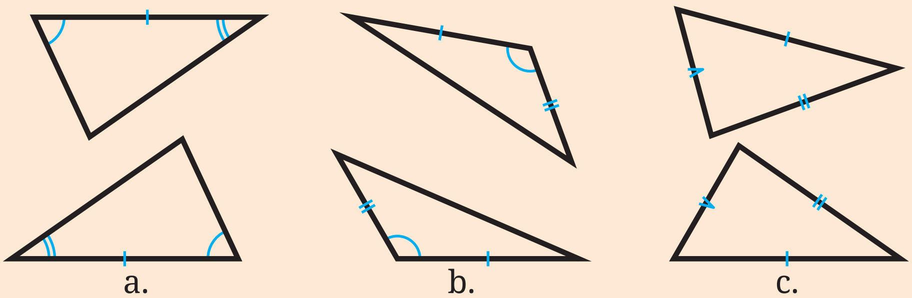
Selain kriteria Sd.S.Sd, ada dua kriteria kekongruenan segitiga lainnya. Dua kriteria tersebut dinamakan kriteria sisi-sudut-sisi (S.Sd.S) dan sisi-sisi-sisi (S.S.S).

Sifat 3.8 Kriteria Kekongruenan Segitiga

Kriteria Sd.S.Sd. Jika dua sudut segitiga pertama dan kedua sama besar dan sisi di antara kedua sudut tersebut sama panjang, maka dua segitiga tersebut kongruen. Perhatikan Gambar 3.62 (a)!

Kriteria S.Sd.S. Jika dua sisi segitiga pertama dan kedua sama panjang dan sudut yang diapit kedua sisi tersebut sama besar, maka kedua segitiga tersebut kongruen. Perhatikan Gambar 3.62 (b)!

Kriteria S.S.S. Jika tiga sisi segitiga pertama sama panjang dengan tiga sisi segitiga kedua, maka kedua segitiga tersebut kongruen. Perhatikan Gambar 3.62 (c)!

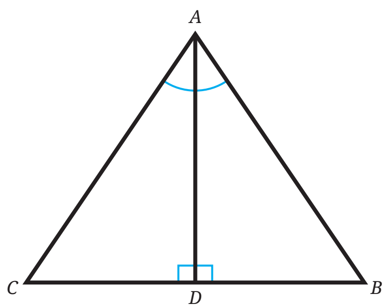


Gambar 3.62 Kriteria Kekongruenan Segitiga Sd.S.Sd, S.Sd.S, dan S.S.S

Untuk mengetahui bagaimana penggunaan kriteria kekongruenan segitiga, ayo cermati Contoh 3.16 berikut!

Contoh 3.13 Menggunakan Kriteria Kekongruenan Segitiga

Perhatikan Gambar 3.63!



Gambar 3.63 Segitiga ABC

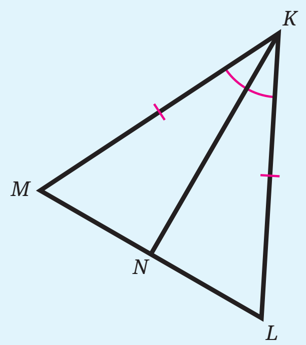
Jika $\overline{AD}$ membagi $\angle BAC$ menjadi dua sama besar dan tegak lurus dengan $\overline{BC}$, buktikan bahwa segitiga ABC merupakan segitiga sama kaki!

Alternatif Penyelesaian

Karena $\overline{AD}$ membagi $\angle BAC$ sama besar, maka $\angle BAD = \angle CAD$. Karena $\overline{AD}$ tegak lurus dengan $\overline{BC}$, maka besar $\angle ADB$ dan $\angle$ADC adalah 90°. Dengan demikian $\angle ADB = \angle ADC$. Selanjutnya, jelas bahwa $AD = AD$. Dengan menggunakan kriteria Sd.S.Sd, segitiga *ADB* kongruen dengan segitiga *ADC* atau dapat dinotasikan $\Delta ADB \cong \Delta ADC$. Akibatnya, $AB = AC$. Jadi, terbukti bahwa ΔABC merupakan segitiga sama kaki.

Ayo Mencoba

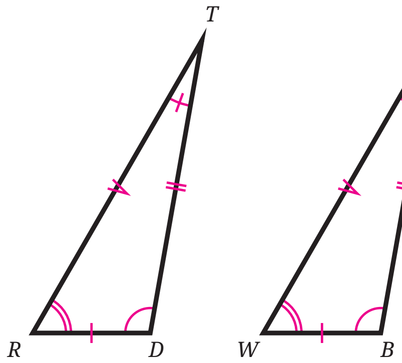
Segitiga *KLM* pada Gambar 3.67 berikut merupakan segitiga sama kaki dan $\overline{KN}$ membagi $\angle LKM$ sama besar.



Gambar 3.64 Segitiga KLM

Buktikan bahwa $\Delta KNL \cong \Delta KNM$!

Sebagai catatan, Contoh 3.16 memperkenalkan notasi untuk menyatakan bahwa suatu segitiga kongruen dengan segitiga lainnya. Notasi yang digunakan adalah notasi kongruen, yaitu "≅". Selain itu, penulisan penamaan segitiga juga memperhatikan urutan sudut-sudut bersesuaiannya. Sebagai contoh, perhatikan Gambar 3.65 berikut!

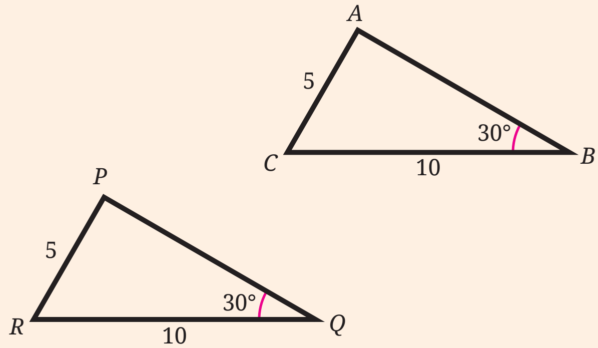


Gambar 3.65 Dua Segitiga yang Kongruen

Gambar 3.65 tersebut menunjukkan dua segitiga yang kongruen. Pasangan sudut-sudut yang bersesuaiannya adalah $\angle T$ dengan $\angle S$, $\angle D$ dengan $\angle B$, dan $\angle R$ dengan $\angle W$. Dengan demikian, kita dapat menyatakan kekongruenan segitiga *TDR* dengan segitiga *SBW* dengan notasi $\Delta TDR \cong \Delta SBW$.

Ayo Berpikir Kritis 3.4

Dhien mengamati ΔABC dan ΔPQR pada Gambar 3.66!



Gambar 3.66 Dua Segitiga yang Memenuhi S.S.Sd

Dengan melakukan translasi, Dhien dapat membuat ΔABC tepat berimpit dengan ΔPQR. Dengan demikian, Dhien memiliki tiga pendapat sebagai berikut.

1. Segitiga *ABC* kongruen dengan segitiga *PQR*.
2. Karena ΔABC dan ΔPQR memiliki dua sisi dan satu sudut yang ukurannya sama maka kedua segitiga tersebut memenuhi S.S.Sd.

3. Dua segitiga yang memenuhi S.S.Sd selalu kongruen.

Apakah kalian setuju dengan semua pendapatnya Dhien? Jelaskan alasannya!

Latihan D Kekongruenan

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan tepat!

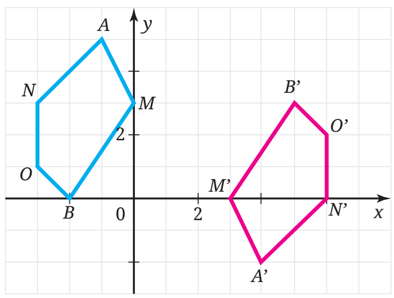
Pemahaman Konsep

1. *Benar atau Salah*. Suatu bangun datar dan bayangannya akibat rotasi merupakan dua bangun datar yang kongruen.
2. *Benar atau Salah*. Dua bangun datar yang kongruen memiliki luas dan keliling yang sama.
3. *Benar atau Salah*. Untuk menentukan kekongruenan dua bangun datar, kita selalu harus menguji apakah semua sisi dan sudut yang bersesuainnya memiliki ukuran yang sama.
4. Jika dua segitiga memiliki dua pasang sisi yang sama panjang dan sudut yang diapit sisi-sisi tersebut sama besar, maka kedua segitiga tersebut kongruen. Pernyataan tersebut merupakan bunyi kriteria _____.
5. Jika $\Delta MDN \cong \Delta KPG$, maka MN = _____.

Penerapan Konsep

6. Perhatikan bangun datar dan bayangannya pada Gambar 3.67!

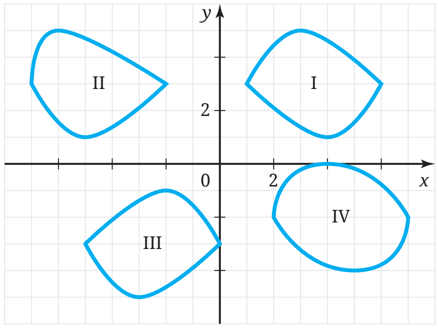
   Tunjukkan rangkaian transformasi kaku yang membawa bangun datar $AMBON$ menuju bayangannya, yaitu $A'M'B'O'N'$!



Gambar 3.67 Bangun Datar dan Bayangannya pada Bidang Koordinat

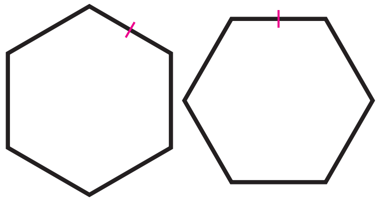
7. Perhatikan empat bangun datar pada Gambar 3.68!

   Pilihlah bangun datar yang kongruen dengan bangun datar I! Tunjukkan mengapa bangun datar yang kalian pilih kongruen dengan bangun datar I!



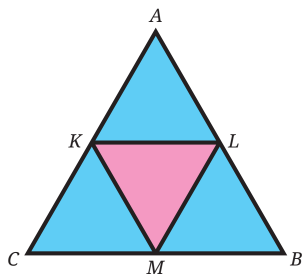
Gambar 3.68 Empat Bangun Datar pada Bidang Koordinat

8. Dua bangun datar pada Gambar 3.69 merupakan segi enam beraturan.
   Apakah kedua segi enam tersebut kongruen? Mengapa?



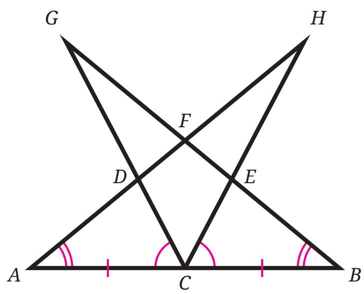
Gambar 3.69 Dua Segi Enam Beraturan

9. Paulina menggambar segitiga sama sisi ABC. Tepat di tengah-tengah sisi $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, dan $\overline{BC}$ secara berturut-turut dia menggambar titik K, L, dan M. Perhatikan Gambar 3.70.
   Berdasarkan pengamatannya, Paulina menduga bahwa segitiga *KLM* merupakan segitiga sama sisi. Apakah kalian setuju? Mengapa?



Gambar 3.70 Segitiga Sama Sisi ABC

10. Pada Gambar 3.71, AC $= BC$, $\angle A = \angle B$, dan $\angle ACG = \angle BCH$.
    Tunjukkan bahwa $\Delta ACH \cong \Delta BCG$ dan $\Delta DFG \cong \Delta EFH$!

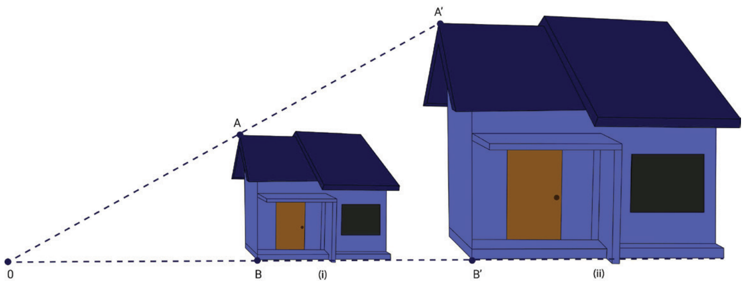


Gambar 3.71 Segi Banyak

11. Sebuah segitiga titik-titik sudutnya memiliki koordinat (0, 2), (4, 1), dan (2, 4). Sebuah segitiga yang lain, dua titik sudutnya mempunyai koordinat $(-4,1)$ dan $(-2,-1)$. Agar kedua segitiga tersebut kongruen, di mana posisi koordinat titik sudut yang tidak diketahui dari segitiga kedua?

E. Dilatasi

Di kelas VII kalian sudah mengenai istilah kesebangunan. Salah satu contoh kesebangunan adalah pas foto. Pas foto dapat dicetak dengan ukuran yang berbeda-beda namun memiliki bentuk yang sama. Perhatikan Gambar 3.72.



Gambar 3.72 Dilatasi

Gambar 3.75 menunjukkan pembesaran 2 kali bangun (i) menjadi bangun (ii). Pada pembesaran tersebut terdapat hubungan berikut:

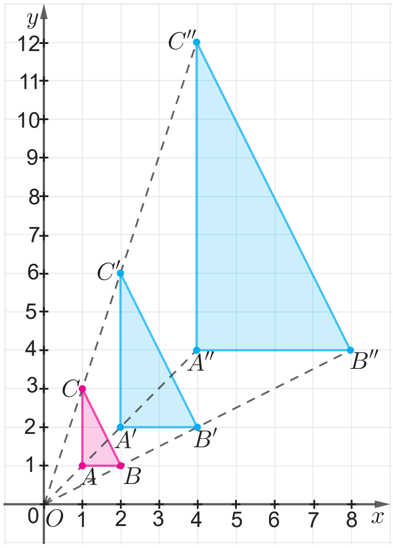
$$\frac{OA'}{O}A = \frac{OB'}{O}B = 2.$$

Oleh karena bangun (i) diperbesar menjadi 2 kali, maka 2 merupakan *faktor skala* dengan O sebagai *pusat* pembesarannya. Pembesaran atau pengecilan suatu bangun selanjutnya kita sebut dengan **dilatasi**. Untuk lebih memahami mengenai dilatasi, terlebih dahulu kalian dapat mengawali dengan Eksplorasi 3.311 mengenai faktor skala.

Eksplorasi 3.11 Faktor Skala

Perhatikan dengan saksama gambar segitiga ABC pada bidang koordinat yang didilatasikan terhadap pusat dilatasi titik asal $O(0,0)$ sehingga menghasilkan segitiga $A'B'C'$ dan segitiga $A''B''C''$.

Perhatikan Gambar 3.73 dan jawablah pertanyaan di bawah ini.



Gambar 3.73 Ilustrasi Dilatasi Segitiga ABC

1. Tuliskan koordinat titik $A, B, C, A', B', C', A'', B''$, dan C''?
2. Perhatikan segitiga ABC dan segitiga $A'B'C'$. Berapakah perbandingan panjang $|OA|$ dan $|OA'|$? Bagaimana dengan perbandingan kedua sisi lainnya? Apakah memiliki perbandingan yang sama?
3. Untuk memudahkan kalian melihat hubungan segitiga ABC dan segitiga $A'B'C'$, lengkapi isian kosong berikut

$$|OB'| = \ldots \times |OB|$$

$$|OC'| = \ldots \times |OC|$$

Nilai yang kalian isikan selanjutnya disebut dengan faktor skala

4. Berapa besarnya faktor skala segitiga $A'B'C'$ yang merupakan bayangan dilatasi dari segitiga ABC?
5. Dengan cara yang sama, berapakah faktor skala segitiga $A''B''C''$ yang merupakan bayangan dilatasi dari segitiga ABC?

Setelah melakukan aktivitas Eksplorasi 3.11 pahami Sifat 3.9.

Sifat 3.9 Faktor Skala k dan Notasi Dilatasi

Setiap titik A yang didilatasikan pada pusat O dan faktor skala k berlaku $\overline{AO'} = k\overline{OA}$.

$$\text{Faktor skala} = \left(\frac{|\overline{AO'}|}{|\overline{AO}|}\right)$$

Faktor skala dapat bernilai negatif jika $\overline{AO'}$ berlawanan arah dengan $\overline{AO}$.

Dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k dapat dinotasikan dengan [O,k].

Selanjutnya, bagaimana cara kita menggambar bayangan hasil dilatasi? Untuk itu lakukan aktivitas Eksplorasi 3.11.

Eksplorasi 3.12 Menggambar Bayangan Hasil Dilatasi

Diketahui ΔPQR dengan titik-titik sudutnya berada di $P(6,8)$, $Q(-2,4)$, dan $R(4,-2)$. Pada eksplorasi ini, kalian diminta untuk menggambarkan ΔPQR beserta bayangannya setelah didilatasikan dengan $[O,2]$ mengikuti langkah-langkah yang diberikan.

Langkah 1 : Gambar ΔPQR sesuai koordinatnya.

Langkah 2 : Tentukan titik P' sehingga $OP' = 2 \times OP$, titik Q' sehingga $OQ' = 2 \times OQ$, dan titik R' sehingga $OR' = 2 \times OR$.

Langkah 3 : Hubungkan titik P', Q', dan R', sehingga menjadi segitiga $P'Q'R'$.

Untuk membantu kalian menentukan koordinat titik P', Q', dan R', coba lengkapi bagian kosong pada Tabel 3.15 berikut ini.

Tabel 3.15 Dilatasi Titik P,Q, dan R dengan Faktor Skala 2

Titik awal	**Dilatasi dengan pusat dilatasi $O(0,0)$ dan faktor skala 2**	**Bayangan**
$P(6,8)$	$P'(2\times ...,2\times ...)$	$P'(...,...)$
$Q(-2,4)$	$Q'(2\times...,2\times...)$	$Q'(...,...)$
$R(4,-2)$	$R'(2\times...,2\times...)$	$R'(...,...)$

Gambarlah ΔPQR dan $\Delta P'Q'R'$ sesuai dengan koordinat pada Tabel 3.15. Kemudian cobalah menjawab pertanyaan di bawah ini.

1. Apa saja faktor yang menentukan dalam proses dilatasi?
2. Jika titik $A(x,y)$ didilatasikan terhadap $[O,k]$, bagaimana koordinat bayangannya? Tuliskan pada Tabel 3.16.

Tabel 3.16 Hasil Dilatasi Titik $A(x,y)$ terhadap $[O,k]$

Titik awal $A(x,y)$	Pusat dilatasi $O(0,0)$ Faktor skala k	Bayangan $A'(...,...)$

3. Untuk nilai k berapakah agar ukuran bangun dapat diperbesar? Sebaliknya, untuk nilai k berapakah agar ukuran bangun dapat diperkecil?
4. Tentukan koordinat dan gambarkan kembali bayangan dilatasi ΔPQR jika faktor skala $k=-2$. Apakah yang dapat kalian simpulkan?

Pada aktivitas Eksplorasi 3.12, kalian telah mempelajari bagaimana cara menentukan koordinat bayangan hasil dilatasi terhadap pusat dilatasi di $O(0,0)$, hanya dengan mengalikan titik koordinat awal dengan faktor skalanya.

Dilatasi $[O,k]$

Bayangan dari titik $A(x,y)$ yang didilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala k adalah $A'(kx,\ ky)$.

Pada aktivitas Eksplorasi 3.14, kalian telah mempelajari bagaimana langkah-langkah dalam menggambar bayangan hasil dilatasi. Untuk lebih menguatkan pemahaman kalian mengenai dilatasi, selanjutnya cermati Contoh 3.17 berikut.

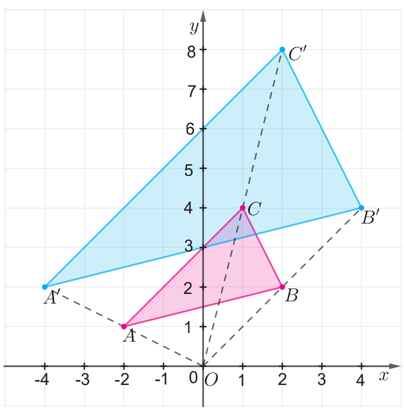
Contoh 3.14 Dilatasi terhadap $[O,k]$

Diketahui ΔABC dengan $A(-2,1)$, $B(2,2)$ dan $C(1,4)$. Tentukan bayangannya jika segitiga tersebut didilatasikan dengan $[O,2]$! Gambarkan segitiga tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Tabel 3. 17 Dilatasi ΔABC Terhadap $[O,2]$

Titik sudut ABC	$(2x, 2y)$	Bayangan
$A(-2, 1)$	$(2\times(-2), 2\times 1)$	$A'(-4, 2)$
$B(2, 2)$	$(2\times 2, 2\times 2)$	$B'(4, 4)$
$C(1, 4)$	$(2\times 1, 2\times 4)$	$C'(2, 8)$



Gambar 3.74 Ilustrasi Dilatasi Segitiga ABC terhadap $[O,k]$

Ayo Mencoba

Diketahui ΔABC dengan $A(-3,-2)$, $B(6,4)$ dan $C(1,-2)$. Tentukan bayangan ΔABC yang didilatasikan terhadap $[O, \frac{1}{2}]$! Gambarkan segitiga tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Setelah kalian paham mengenai dilatasi $[O,k]$, selanjutnya cermati Contoh 3.15 untuk memahami langkah-langkah dilatasi terhadap sebarang pusat.

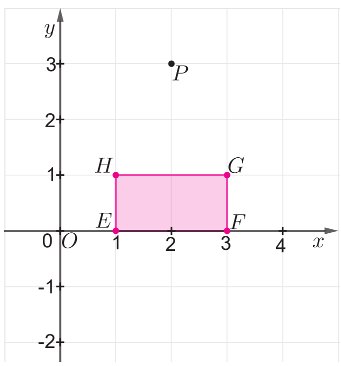
Contoh 3.15 Dilatasi terhadap $[P(a,b), k]$

Diketahui persegi panjang $EFGH$ dengan $E(1,0)$, $F(3,0)$, $G(3,1)$ dan $H(1,1)$. Tentukan bayangan persegi panjang $EFGH$ yang didilatasikan terhadap $[P(2,3), 2]$! Gambarkan segitiga tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Alternatif Penyelesaian

Untuk memperoleh bayangan dari hasil dilatasi persegi panjang $EFGH$ kalian dapat mengikuti langkah-langkah berikut.

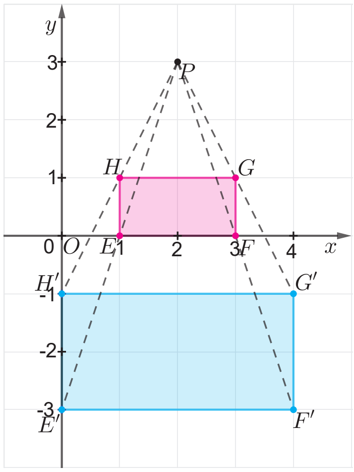
Langkah 1 Gambarkan titik $P(2,3)$ dan persegi panjang $EFGH$ pada bidang koordinat.



Gambar 3.75 Persegi Panjang $EFGH$ dan Titik P

Langkah 2 Tariklah garis PE' melalui titik E sehingga $PE' = 2 \times PE$, garis PF' melalui titik F sehingga $PF' = 2 \times PF$, garis PG' melalui titik G sehingga $PG' = 2 \times PG$, dan garis PH' melalui titik H sehingga $PH' = 2 \times PH$.

Langkah 3 Diperoleh titik $E'(0, -3)$, $F'(4, -3)$, $G'(4, -1)$, dan $H'(0, -1)$. Hubungkan ke empat titik tersebut sehingga terbentuk persegi panjang $E'F'G'H'$.



Gambar 3.76 Hasil Dilatasi $EFGH$ terhadap Titik P

Dengan demikian diperoleh hubungan koordinat titik sudut $EFGH$ dan koordinat titik sudut $E'F'G'H'$ yang merupakan hasil dilatasi dengan pusat dilatasi $P(2, 3)$ dan faktor skala 2.

Ayo Mencoba

Diketahui persegi panjang $KLMN$ dengan $K(4, -2)$, $L(4, -4)$, $M(4,6)$ dan $N(2,4)$. Tentukan bayangan persegi panjang tersebut yang didilatasikan terhadap $[P(2,2), \; -2]$! Gambarkan segi empat tersebut beserta bayangannya pada bidang koordinat!

Uraian contoh 3.15 menunjukkan titik $A(x,y)$ didilatasikan dengan $[P(a,b),k]$ menghasilkan bayangan $\boldsymbol{A'(k(x-a)+a,k(y-b)+b)}$

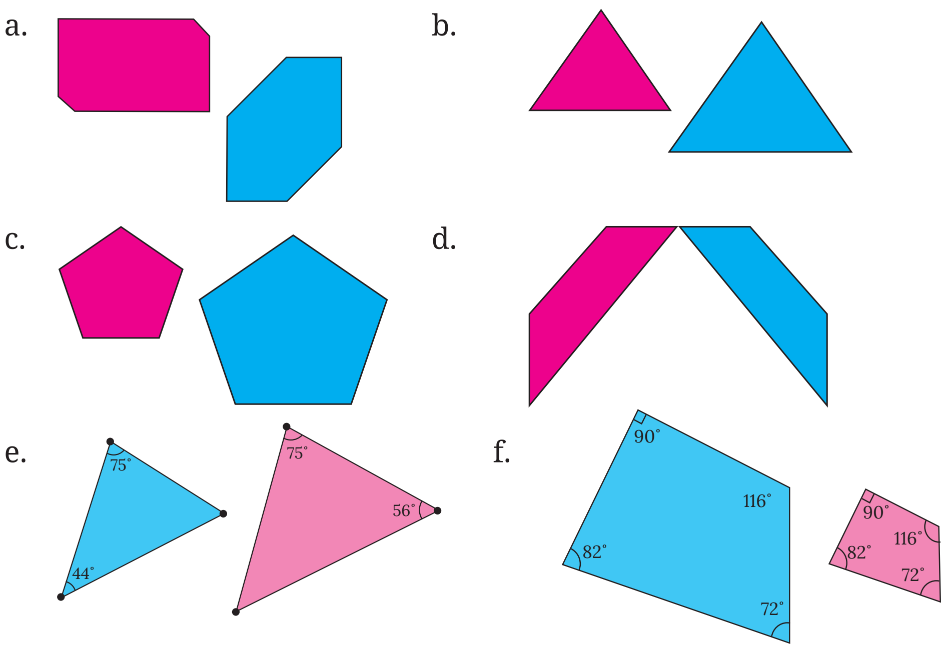
Sifat 3.11 **Dilatasi $[P(a,b),k]$**

Bayangan dari titik $A(x,y)$ yang didilatasikan terhadap pusat $P(a,b)$ dan faktor skala k adalah $A'(k(x-a)+a,k(y-b)+b)$.

Latihan E Dilatasi

Pemahaman Konsep

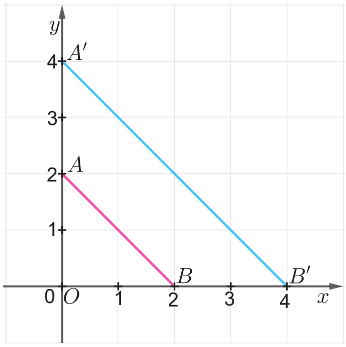
1. Berdasarkan pengamatan kalian pada Gambar 3.77, jelaskan apakah gambar berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah? Berikan alasanmu.



Gambar 3.77 Pasangan Bangun Datar

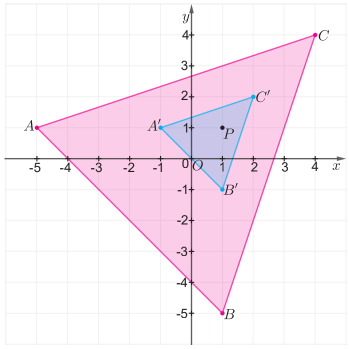
2. Gambar yang berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah. Tentukan faktor skalanya!

a.



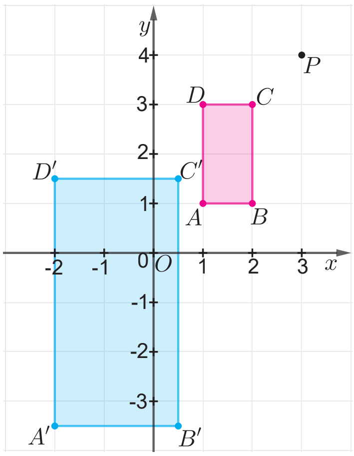
Gambar 3.78 Dilatasi Ruas Garis AB

b.



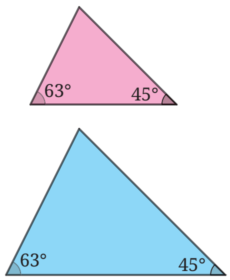
Gambar 3.79 Dilatasi Segitiga ABC

c.



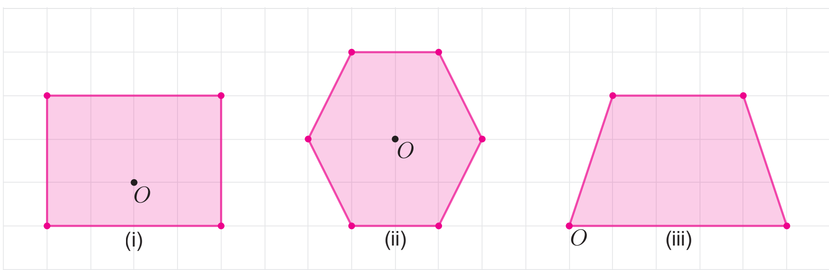
Gambar 3.80 Dilatasi Segiempat $ABCD$

d.



Gambar 3.81 Dilatasi Segitiga

3. Perhatikan Gambar 3.82!

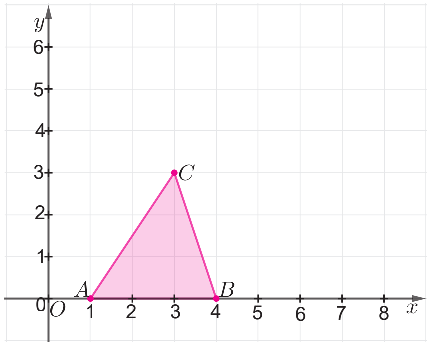


Gambar 3.82 Dilatasi $[O,\ 1\frac{1}{2}]$

Salinlah bangun datar pada gambar tersebut, kemudian gambarlah bayangan hasil dilatasi dengan pusat O dan faktor skala $1\frac{1}{2}$.

Penerapan Konsep

4. Salinlah Gambar 3.83 berikut, kemudian gambarkan bayangan dilatasi dengan berpusat di O dan faktor skala 2!



Gambar 3.83 Segitiga ABC

a. Hitunglah luas bangun awal dan bayangannya!
b. Berapakah perbandingan luas bangun awal dan bayangannya?

5. Gambarlah ΔOVW dengan $O(0,0)$, $V(-4,0)$, dan $W(0,6)$.
a. Gambarkan $\Delta OV'W'$ dengan dilatasi $[O, -1\frac{1}{2}]$! Gambarkan juga $\Delta OV''W''$ dengan dilatasi $[O, 1\frac{1}{2}]$!
b. Tuliskan koordinat V', W', V'' dan W''!
c. Tentukan faktor skala dilatasi $\Delta OV'W'$ ke $\Delta OV''W''$!

6. Suatu segitiga ABC siku-siku di titik B memiliki panjang $AB = 8$ cm, $BC = 15$ cm, dan $AC = 17$ cm. Jika $\Delta A'B'C'$ merupakan hasil dilatasi dari ΔABC dengan faktor skala 3, maka luas $\Delta A'B'C'$ adalah...

Ringkasan

1. Transformasi geometri merupakan perubahan suatu bentuk geometri menjadi bentuk geometri yang lain, baik dengan cara digeser, diputar, dicerminkan, didilatasikan atau cara lainnya.
2. **Translasi (pergeseran)**
   a. Translasi adalah perubahan posisi suatu objek (titik, garis, atau bangun) dengan ukuran jarak dan arah yang sama.
   b. Bayangan titik $A(x,y)$ oleh translasi $\binom{a}{b}$ adalah $A'(x+a, y+b)$.
3. **Refleksi (Pencerminan)**
   a. Refleksi adalah transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu objek dengan menggunakan sifat pada cermin datar.
   b. Bayangan titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap sumbu x adalah $P'(x, -y)$.
   c. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap sumbu y adalah $P'(-x,\ y)$.
   d. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ adalah $P'(-x, -y)$.
   e. Bayangan titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y=x$ adalah $P'(y,\ x)$.
   f. Bayangan titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y=-x$ adalah $P(-y, -x)$.
   g. Bayangan titik $P(x,\ y)$ yang direfleksikan terhadap garis $x=k$ adalah $P'(2k-x, y)$.
   h. Bayangan titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y=h$ adalah $P'(x, 2h-y)$.
4. **Rotasi (Perputaran)**
   a. Rotasi adalah transformasi dengan memutar suatu objek sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap/titik pusat rotasi.
   b. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh pusat rotasi, besar sudut rotasi, dan arah rotasi.

Tabel 3.19 Bayangan Hasil Rotasi Titik

Titik Awal	Pusat Rotasi	Sudut Rotasi	Arah Rotasi	Bayangan Hasil Rotasi
$(x,\ y)$	(0,0)	90°	Searah jarum jam	$(y, -x)$
$(x,\ y)$	(0,0)	90°	Berlawanan arah jarum jam	$(-y,\ x)$
$(x,\ y)$	(0,0)	180°	Searah jarum jam/ berlawanan arah jarum jam	$(-x, -y)$
$(x,\ y)$	(0,0)	270°	Searah jarum jam	$(-y,\ x)$
$(x,\ y)$	(0,0)	270°	Berlawanan arah jarum jam	$(y, -x)$

5 Kekongrunenan

a. Suatu bangun dikatakan kongruen dengan bangun yang lain jika dapat dipindahkan dengan melakukan translasi, refleksi, atau rotasi agar kedua bangun tepat saling berimpit.

b. Dua buah segi banyak dikatakan saling kongruen jika memenuhi syarat berikut.
   1) sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan
   2) sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

c. Dua segitiga akan kongruen jika memenuhi salah satu dari kriteria berikut.
   1) Ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang (S-S-S)
   2) Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sebuah sudut yang diapit sama besar (S-Sd-S)
   2) Satu sisi yang bersesuaian sama panjang dan dua sudut sama besar (Sd-S-Sd)

6 Dilatasi (Pembesaran)

a. Setiap titik A yang didilatasikan pada pusat O dan faktor skala k berlaku $\overline{AO'} = k\overline{OA}$.

$$\text{Faktor skala} = \frac{\text{jarak dari pusat dilatasi ke titik } A'}{\text{jarak dari pusat dilatasi ke titik } A}$$

b. Dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k dapat dinotasikan dengan $[O,k]$.
c. Bayangan dari titik $A(x,y)$ yang didilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k adalah $A'(kx,ky)$.
d. Bayangan dari titik $A(x,y)$ yang didilatasikan terhadap pusat $P(a,b)$ dan faktor skala k adalah $A'(k(x-a)+a,k(y-b)+b)$.

Uji Kompetensi

Jawablah pertanyaan berikut dengan tepat dan jelas!

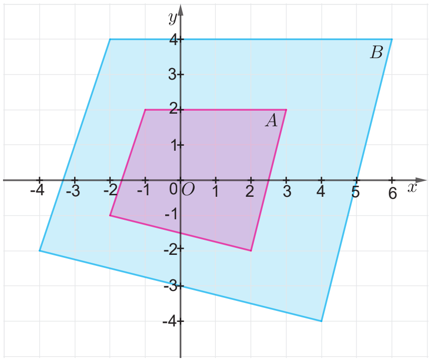
Uji Pemahaman

Benar atau Salah. Untuk soal nomor 1–10, tentukan apakah pernyataan-pernyataan berikut benar atau salah.

1. Jenis transformasi yang tidak mengalami perubahan ukuran pada bangun datar adalah translasi dan dilatasi.
2. Transformasi yang bayangannya memiliki orientasi berlawanan dengan bentuk awal adalah refleksi.
3. Suatu titik yang ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ dilanjutkan translasi oleh $\begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$ akan menghasilkan koordinat yang sama dengan koordinat awal jika ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$.
4. Suatu titik dirotasikan sebesar 140° yang diikuti dengan rotasi sebesar 260° dengan arah yang sama akan menghasilkan bayangan yang sama jika titik tersebut dirotasikan sebesar 40°.
5. Titik $A(3,4)$ direfleksikan terhadap titik pusat (0,0) akan menghasilkan bayangan yang sama dengan translasi oleh $\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$.
6. Dua bangun yang memiliki sudut yang bersesuaian sama besar akan kongruen jika terdapat satu sisi yang bersesuaian sama besar.
7. Bangun A dikatakan kongruen dengan bangun B jika dapat ditunjukkan bahwa bangun A merupakan hasil transformasi dari bangun B.
8. Jika suatu persegi didilatasikan dengan faktor skala 2 maka luas bayangan menjadi 2 kali dari luas persegi awal.

9. Segitiga ABC dengan $A(-2,3)$, $B(4,1)$, $C(-2,1)$ yang didilatasikan terhadap $\left[O,\frac{1}{2}\right]$ akan menghasilkan bayangan $A'B'C'$ dengan $A'\left(-1,\frac{3}{2}\right)$, $B'\left(2,\frac{1}{2}\right)$, $C\left(-1,\frac{1}{2}\right)$.

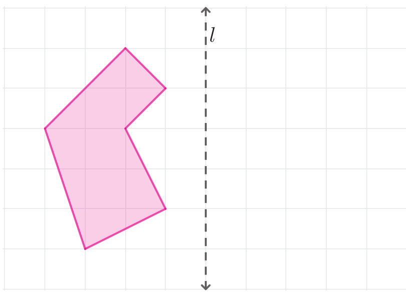
10. Gambar B merupakan hasil dilatasi dari gambar A dengan faktor skala 2 dan pusat dilatasi $O(0,0)$



Gambar 3.84 Hasil Dilatasi Bangun Datar A

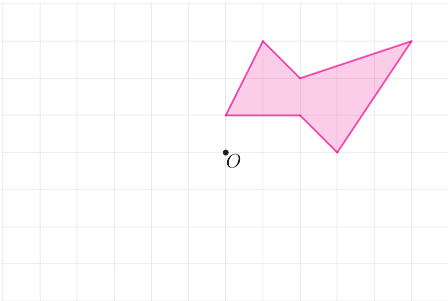
Menggambar. Untuk soal nomor 11–13, salinlah gambar pada kertas berpetak dan lakukan transformasinya.

11. Refleksikan bangun datar berikut terhadap garis refleksi l.



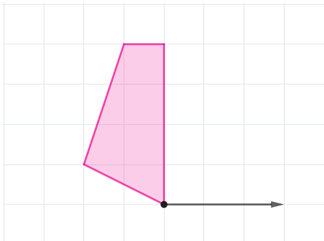
Gambar 3.85 Hasil Refleksi Terhadap Garis Refleksi l

12. Rotasikan bangun datar berikut sebesar 180° terhadap pusat rotasi O.



Gambar 3.86 Hasil Rotasi Titik Pusat O

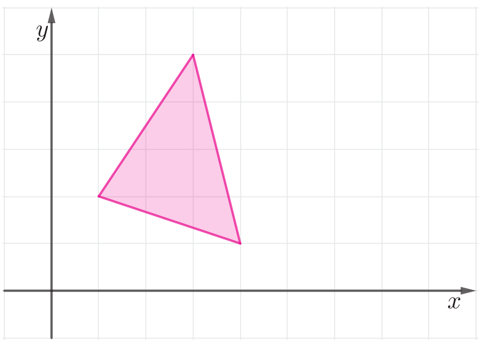
13. Translasikan bangun datar berikut berdasarkan arah translasi yang diberikan



Gambar 3.87 Hasil Translasi Segi Empat

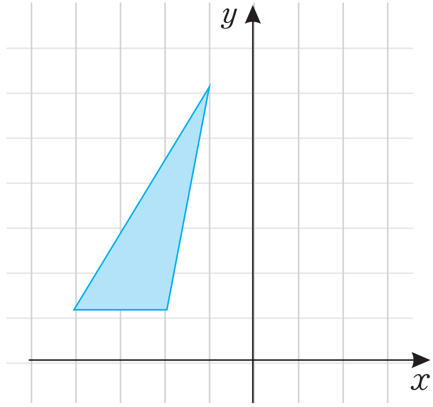
Untuk nomor 14–15, salinlah bangun datar berikut dan gambarkan bayangan sesuai dengan aturan yang diberikan. Selanjutnya identifikasi jenis transformasinya.

14. $(x,\ y) \rightarrow (x + 3, y)$



Gambar 3.88 Transformasi $(x,\ y) \rightarrow (x + 3, y)$

15. $(x,\ y) \rightarrow (-x, y)$



Gambar 3.89 Transformasi $(x,\ y) \rightarrow (-x,\ y)$

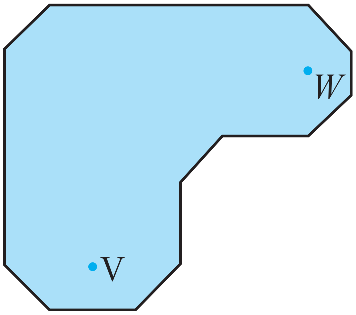
Isian Singkat. Untuk no 18–22, isilah titik-titik pada pernyataan berikut sehingga menjadi pernyataan lengkap dan benar.

16. Pencerminan terhadap titik pusat (0,0) akan menghasilkan bayangan yang sama dengan jika dirotasikan sebesar ... terhadap titik pusat (0,0).
17. Titik $A(3,-4)$ yang direfleksikan terhadap sumbu x memiliki bayangan di ....
18. Hasil bayangan titik (x,y) yang dirotasikan sebesar 90º berlawanan arah jarum jam terhadap titik pusat (0,0) adalah ....
19. Titik $P(-3,2)$ dicerminkan terhadap sumbu y akan menghasilkan bayangan di titik ....
20. Garis $3x+y=3$ di translasikan sebesar $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Bayangannya adalah ....
21. Titik $M'(-5,-4)$ merupakan hasil rotasi sebesar 180º terhadap titik pusat (0,0). Titik awalnya adalah ....
22. Diketahui titik $W(u,v)$ dicerminkan terhadap garis $y=3$ menghasilkan bayangan di titik $W'(-3,2)$, maka nilai $u+v$ adalah ....

Penerapan

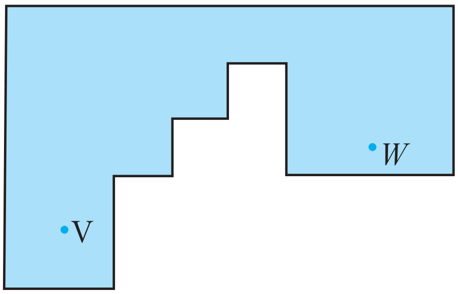
Permainan Golf. Untuk soal 23-24. Dimulai dari titik V, tentukan titik sasaran pada dinding agar bola golf tepat memantul hanya satu kali dari dinding dan masuk ke lubang W.

23



Gambar 3.90 Bentuk Lapangan Golf I

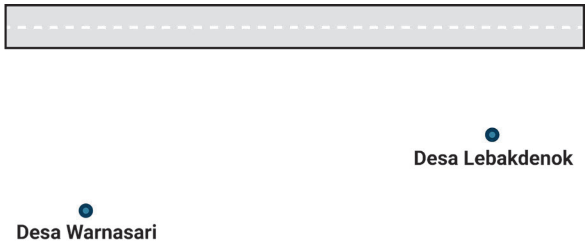
24



Gambar 3.91 Bentuk Lapangan Golf II

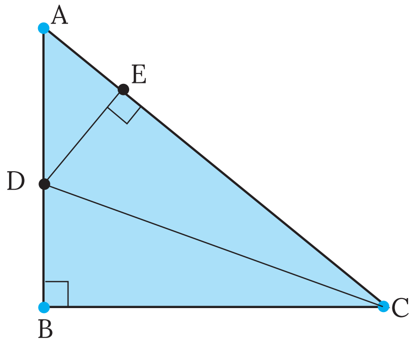
Penalaran

25. Jalan raya sedang dibangun dekat dengan dua desa yaitu Desa Warnasari dan Desa Lebakdenok. Dari kedua desa akan dibangun jalan menuju satu titik persimpangan jalan raya. Tentukan letak titik persimpangan sehingga jarak dari Desa Warnasari ke Desa Lebakdenok terpendek. Berikan alasanmu!



Gambar 3.92 Menemukan Persimpangan Terdekat

26. Perhatikan gambar 3.93.



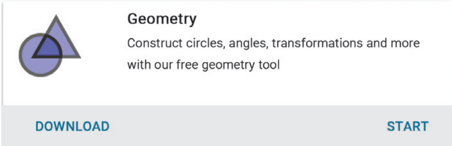
Gambar 3.93 Segitiga ABC

ΔABC siku-siku di B. CD adalah garis bagi $\angle BCA$ dan panjang $AB=BC$. Tunjukkan bahwa $AC=BC+DE$!

Proyek

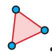
Desain Batik Kamu Sendiri

Sekarang kalian akan belajar menjadi seorang Seniman Batik! Di aktivitas ini, kalian akan membuat desain batik yang indah dengan menggunakan aplikasi *Geometry*. Untuk itu, siapkan terlebih dahulu aplikasi *GeoGebra* secara online melalui link berikut: www.geogebra.org/download. Selanjutnya pilih aplikasi *Geometry* dengan mengklik ***START***.

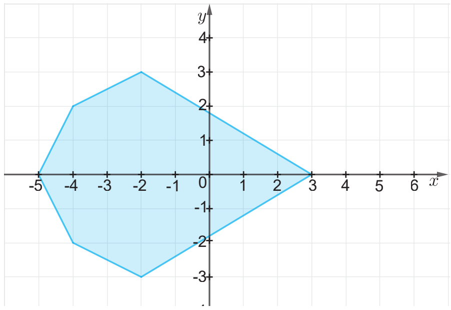


Untuk mengoptimalkan aplikasi Geometry secara online, kalian dapat Sign In dengan menggunakan akun masing-masing. Untuk yang belum mempunyai akun di *GeoGebra*, kalian dapat langsung Sign In menggunakan akun *Google, Microsoft Office 365, Facebook*, atau *Twitter*.

Setelah kalian siap menggunakan aplikasi Geometry, lakukan langkah-langkah berikut bersama dengan 2 – 3 teman kalian.

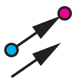
❶ Klik menu *Tools* , kemudian pada *Basic Tools* klik *Polygon* .

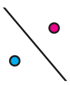
❷ Buatlah bangun datar/poligon sebagai pola awal. Sebagai inspirasi kalian dapat membuat bangun *ABCDEF* pada bidang koordinat seperti terlihat pada Gambar 3.94.

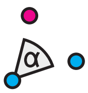


Gambar 3.94 Contoh bangun datar awal

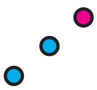
❸ Selanjutnya lakukan transformasi geometri pada bangun yang kalian buat dengan memilih menu *Transform* pada menu *Tools*.

 : Translasi sejauh garis vector.

 : Refleksi terhadap garis.



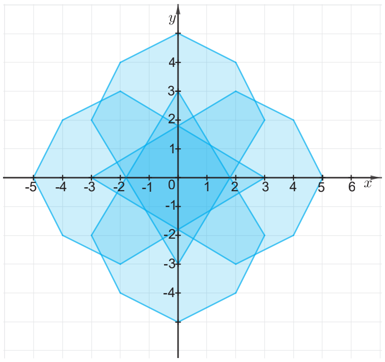
: Rotasi terhadap titik pusat.

 : Refleksi terhadap titik.

: Dilatasi terhadap titik dilatasi.

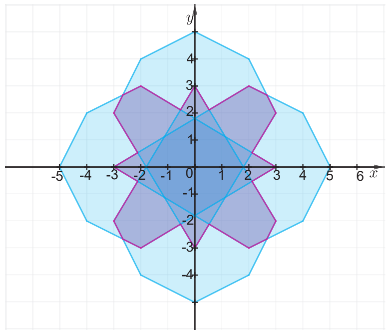
4. Proses transformasi dapat kalian lihat pada gambar di bawah ini.

a. Setelah dilakukan beberapa transformasi



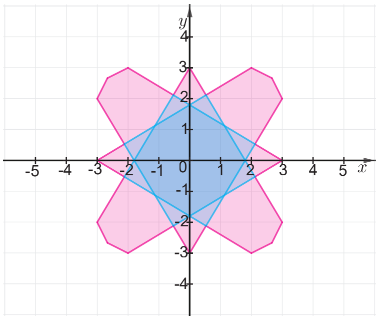
Gambar 3.95 Transformasi I

b. Mengambil pola yang diinginkan



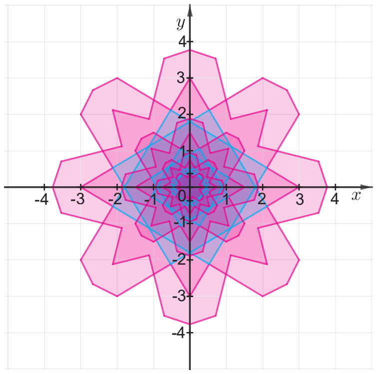
Gambar 3.96 Transformasi II

c. Pola yang diinginkan



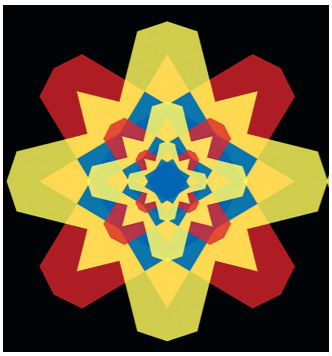
Gambar 3.97 Transformasi III

d. Melakukan proses dilatasi



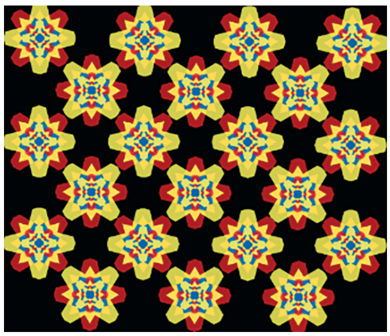
Gambar 3.98 Transformasi IV

e. Pewarnaan



Gambar 3.99 Transformasi V

f. Desain akhir batik



Gambar 3.100 Transformasi VI

5. Hasil desain batik yang diperoleh sekali lagi hanya sebagai inspirasi. Ayo kembangkan kreativitas kalian untuk membuat desain batik kalian sendiri! Kemudian presentasikan hasil desain batik kalian di depan kelas.
6. Catat berapa banyak kalian melakukan transformasi geometri dalam membuat desain batik.
7. Berapa banyak bangun yang kongruen yang sudah kalian buat?

Sumber Belajar Lanjutan

Berikut ini adalah beberapa sumber belajar lain yang dapat kalian gunakan untuk memperdalam atau memperluas pengetahuan kalian mengenai transformasi geometri.

Laman ini merupakan geogebra book sebagai aktivitas interaktif untuk mempelajari langkah-langkah dalam melakukan transformasi geometri.

http://ringkas.kemdikbud.go.id/TransGeo

Kalian dapat mempelajari konsep-konsep transformasi pada Unit 1. Rigid Transformations and Congruence dan Unit 2. Dilations, Similarity, and Introducing Slope.

http://ringkas.kemdikbud.go.id/TransKongruen

Refleksi

Kalian telah menyelesaikan pembelajaran Bab 3 Transformasi Geometri. Untuk itu, ayo berefleksi dengan menanggapi pertanyaan atau pernyataan berikut!

1. Manfaat apa saja yang kalian rasakan dan pikirkan mengenai transformasi geometri?
2. Bagaimana cara belajar kalian selama mempelajari transformasi geometri? Apakah sudah berhasil atau belum?