KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
PERCOBAAN, RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan Ananda dapat menentukan ruang sampel dari sebarang kejadian sekaligus menentukan anggota kejadian dari percobaan acak.

B. Uraian Materi

Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian

- ***Percobaan*** (dalam studi peluang) didefinisikan sebagai suatu proses dengan hasil dari suatu kejadian bergantung pada kesempatan.
  Ketika *percobaan* diulangi, hasil-hasil yang diperoleh tidak selalu sama walaupun dilakukan dengan kondisi yang tepat sama dan secara hati-hati. Percobaan seperti ini disebut *Percobaan Acak*.
- ***Ruang Sampel*** adalah himpunan dari semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Ruang Sampel dinotasikan dengan ***S***. Banyaknya elemen ruang sampel dinyatakan dengan $n(S)$.
- ***Kejadian*** atau ***Peristiwa*** adalah himpunan bagian dari ruang sampel, biasanya dinotasikan dengan huruf kapital seperti A, B, C, … . Banyaknya elemen kejadian A dinyatakan dengan $n(A)$, banyaknya elemen kejadian B dinyatakan dengan $n(B)$, dan sebagainya.

<u>Contoh</u>

1. Ketika Ananda melakukan percobaan melambungkan sebuah koin, (coba deh ambil koinnya kemudian perhatikan kedua sisi koin tersebut, Ananda akan melihat bagian sisi bertuliskan nominal uangnya berapa, dan sisi lain bagian yang bergambar, bisa gambar melati, atau gambar apapun kan...) nahh jadi hasil-hasil yang mungkin ketika Ananda melemabungkan satu koin tersebut adalah muncul bagian **gambar** (G) atau muncul bagian **angka** (A). Jadi, ruang sampel dari percobaan tersebut adalah $S = \{G, A\}$ dan jumlah anggotanya ruang sampel ada dua yaitu G dan A.

2. Dari percobaan melambungkan sebuah dadu, tentukanlah :
   a. ruang sampel percobaan tersebut
   b. kejadian A, yaitu munculnya sisi dadu bermata ganjil
   c. kejadian B, yaitu munculnya sisi dadu yang habis dibagi 3

   Penyelesaian :

   a. hasil-hasil yang mungkin dari percobaan melambungkan sebuah dadu adalah munculnya sisi dadu dengan mata dadu 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Jadi ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan banyaknya elemen ruang sampel $n(S) = 6$
   b. kejadian munculnya sisi dadu bermata ganjil adalah $A = \{1, 3, 5\}$ sehingga $n(A) = 3$
   c. kejadian munculnya sisi dadu yang habis dibagi 3 adalah $B = \{3, 6\}$ sehingga $n(B) = 2$

3. Pada percobaan melambungkan 2 koin yang sama sekaligus, tentukan :
   a. ruang sampel percobaan dengan tabel kemungkinan
   b. ruang sampel percobaan dengan diagram pohon
   c. kejadian E, yaitu munculnya angka dan gambar.

   Penyelesaian :

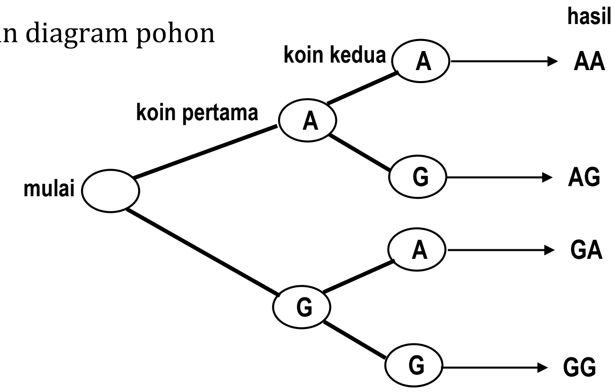
   a. ruang sampel percobaan dengan tabel kemungkinan

koin kedua / koin pertama	A	G
A	AA	AG
G	GA	GG

Ruang sampel dari percobaan melambungkan 2 koin yang sama sekaligus adalah
S = { AA, AG, GA, GG}

   b. ruang sampel percobaan dengan diagram pohon

Ruang sampel yang diperoleh dari diagram pohon adalah
S = {AA, AG, GA, GG}



   c. kejadian E, yaitu munculnya angka dan gambar.
   Dari tabel ataupun diagram pohon diperoleh kejadian munculnya angka dan gambar adalah E = {AG, GA}

C. Rangkuman

- ***Percobaan*** (dalam studi peluang) didefinisikan sebagai suatu proses dengan hasil dari suatu kejadian bergantung pada kesempatan. Ketika *percobaan* diulangi, hasil-hasil yang diperoleh tidak selalu sama walaupun dilakukan dengan kondisi yang tepat sama dan secara hati-hati. Percobaan seperti ini disebut *Percobaan Acak*.

- ***Ruang Sampel*** adalah himpunan dari semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Ruang Sampel dinotasikan dengan ***S***. Banyaknya elemen ruang sampel dinyatakan dengan n(S).

- ***Kejadian*** atau ***Peristiwa*** adalah himpunan bagian dari ruang sampel, biasanya dinotasikan dengan huruf kapital seperti A, B, C, … . Banyaknya elemen kejadian A dinyatakan dengan n(A), banyaknya elemen kejadian B dinyatakan dengan n(B), dan sebagainya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
PELUANG SUATU KEJADIAN

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan Ananda dapat mamahami konsep peluang dan dapat menentukan peluang suatu kejadian.

B. Uraian Materi

1) Peluang Suatu Kejadian

Dalam hidup seringkali kita dihadapkan pada berbagai pilihan. Dari berbagai pilihan tersebut muncul beberapa kemungkinan yang akan dipilih. Atau misalnya pada saat Ananda mengikuti ujian matematika, kemungkinannya ada dua kalo tidak lulus ya mengulang (remidila). Atau bisa juga kondisi ketika Ananda melihat seorang ibu hamil, maka kemungkinan bayinya akan berjenis kelamin laki-laki atau perempuan tidak mungkin berjenis kelamin diantara keduanya bukan kecuali bayinya kembar maka bisa saja kemungkinannya laki-laki dan perempuan, keduanya laki-laki atau keduanya perempuan.

Ilustrasi disamping seringkali terjadi ketika Ananda bermain games dengan dadu, dengan kartu bridge atau dengan koin. Kalo saat ini Ananda belum pernah bermain dadu, kartu bridge atau koin, coba deh untuk memainkannya tapi ingat permainan tersebut hanya untuk kebutuhan belajar peluang yaa.. jangan disalahgunakan menjadi permainan yang dilarang agama maupun negara.

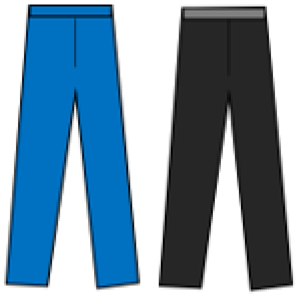
Mari kita lanjutkan... baca dan pelajari dengan seksama dan dalam tempo yang sesingkat-singkatnya ehhh... apaan coba ^_^ ...

Suatu ketika Andi akan memilih sebuah kemeja dari dalam lemari pakaiannya. Andi melihat tiga warna kemeja yang berbeda yaitu warna jihau, biru dan abu-abu seperi gambar berikut:

Jika Andi akan memilih satu warna kemeja diantara tiga warna kemeja tersebut, maka berapa peluang kemeja yang terambil berwarna bitu?

Dari persoalan di atas, Ananda dapat melihat tersedia kemeja dengan tiga warna berbeda yaitu hijau, biru dan abu-abu. Warna biru dipilih dari tiga warna berbeda tersebut. Maka peluang terambil warna biru adalah satu dari tiga warna atau ditulis Peluang kejadian terambil kemeja berwarna biru = $\frac{1}{3}$.

Kemudian jika Andi kembali dihadapkan pada pilihan untuk memakai celana panjang berwarna hitam atau biru, seperti gambar di bawah ini:



Maka peluang terambil atau terpilih celana hitam adalah satu dari dua pilihan atau ditulis Peluang kejadian terambil celana berwarna hitam = $\frac{1}{2}$.

Bagaimana ...? Mudah bukan untuk menentukan peluang suatu kejadian? Nahh berdasarkan uraian ini kita dapat menuliskan definisi peluang suatu kejadian sebagai berikut:

Jika S adalah ruang sampel dengan banyak elemen = $n(S)$ dan A adalah suatu kejadian dengan banyak elemen = $n(A)$, maka peluang kejadian A, diberi notasi $P(A)$ diberikan oleh :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Kisaran Nilai Peluang

Jika A adalah suatu kejadian dengan banyak elemen = $n(A)$, maka banyak elemen A paling sedikit adalah 0 dan paling banyak sama dengan banyak elemen ruang sampel, yaitu $n(S)$.

Dalam persamaan, dinyatakan dengan $0 \leq n(A) \leq n(S)$

Jika kedua ruas dibagi dengan $n(S)$, diperoleh : $\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Leftrightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$

persamaan di atas menyatakan kisaran nilai peluang, yaitu suatu angka yang terletak di antara 0 dan 1.

- Nilai $P(A) = 0$ adalah *kejadian mustahil*, karena kejadian ini tidak mungkin terjadi
- Nilai $P(A) = 1$ adalah *kejadian pasti*, karena kejadian ini selalu terjadi.

Bayangkan coba oleh Ananda kejadian yang mustahil terjadi, tidak mungkin terjadi, sangat *imposible* terjadi makanya peluangnya tidak ada sama sekali alias NOL. Kira-kira apa hayoo...? Hmmm... apa yaaa...

Oke.. jawaban pilihan untuk kejadian mustahil.

- Tidak mungkin bagi laki-laki mendapat haid atau hamil dan melahirkan bukan.. karena tidak mempunyai sel telur dan rahim jadi tidak akan terjadi atau tidak akan pernah mempunyai peluang untuk haid atau hamil dan melahirkan. Benar bukan...?
- Coba Ananda cari kejadian yang mustahil lainnya

Selanjutnya coba bayangkan kejadian yang pasti terjadi sehingga kemungkinannya 100% terjadi. Apa yaa..

Oke.. jawaban pilihan untuk kejadian yang pasti terjadi.

- Semua mahluk hidup pasti akan mati. Ini kejadian yang pasti bukan? Tuhan tidak menciptakan mahluknya untuk hidup abadi, meskipun ada yang berusia ratusan tahun atau bahkan pohon berusia ribuan tahun mungkin pada akhirnya mereka semua akan mati jika saatnya tiba.
- Coba Ananda cari kejadian yang pasti terjadi lainnya.

Selanjutnya Ananda perhatikan contoh berikut:

Contoh

1. Pada pelemparan sebuah dadu, tentukan :
   a. peluang muncul mata dadu berangka ganjil
   b. peluang muncul mata dadu berangka kurang dari 3

   Penyelesaian :

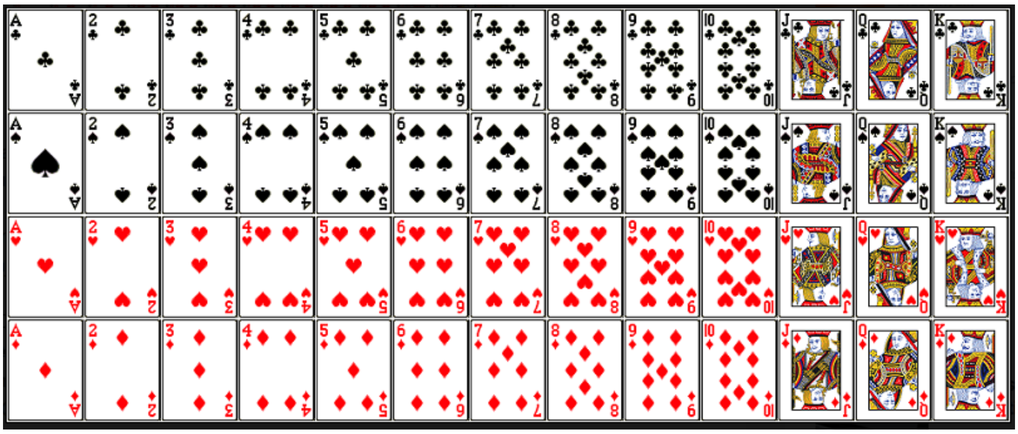
   Ruang sampel pelemparan sebuah dadu $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, sehingga $n(S) = 6$

   a. misal A adalah kejadian muncul mata dadu berangka ganjil
      maka A = {1, 3, 5}, sehingga $n(A) = 3$.
      Peluang A adalah $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

   b. Misal B adalah kejadian muncul mata dadu berangka kurang dari 3
      maka B = {1, 2}, sehingga $n(B) = 2$.
      Peluang B adalah $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. Dari satu set kartu bridge (52 kartu) diambil satu kartu secara acak. Berapa peluang mendapatkan kartu :
   a. As c. bergambar
   b. hitam d. hati

   Penyelesaian :



   Satu set kartu bridge terdiri dari 52 kartu yang berbeda, sehingga banyaknya hasil yang mungkin dari pengambilan sebuah kartu adalah 52 atau $n(S) = 52$.
   Satu set kartu bridge terdiri atas 4 jenis kartu : kartu sekop (berwarna hitam), kartu hati (berwarna merah), kartu daun (berwarna hitam) dan kartu intan (berwarna merah). Setiap jenis kartu berjumlah 13.

   a. Peluang mendapatkan kartu As.
      Untuk setiap jenis kartu terdapat kartu As, berarti kartu As ada 4. Misalkan A adalah kejadian mendapatkan kartu As, maka $n(A) = n(\text{kartu As}) = 4$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

b. Peluang mendapatkan kartu hitam
Terdapat dua jenis kartu hitam, yaitu sekop dan daun. Misalkan B adalah kejadian mendapatkan kartu hitam, maka n(B) = n(kartu hitam) = 26

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

c. Peluang mendapatkan kartu bergambar
Untuk setiap jenis kartu terdapat 3 kartu bergambar. Misalkan C adalah kejadian mendapatkan kartu bergambar, maka n(C) = n(kartu bergambar) = 12

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

d. Peluang mendapatkan kartu hati
Misalkan D adalah kejadian mendapatkan kartu hati, maka n(D) = n(kartu hati) = 13

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

3. Dua buah dadu dilambungkan bersamaan. Tentukan peluang munculnya mata dadu:
a. berjumlah 10
b. sama
c. berjumlah 13

Penyelesaian :

		Dadu Kedua					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Pertama	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Banyaknya hasil yang mungkin saat melambungkan 2 dadu sekaligus adalah 36 (berasal dari 6 × 6 = 36), sehingga n(S) = 36

a. Peluang munculnya angka berjumlah 10.
Misalkan A adalah kejadian munculnya angka berjumlah 10, maka A = {(4, 6), (5, 5), (6,4)} dan n(A) = 3

$$\therefore\ P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

b. Peluang munculnya angka sama
Misalkan B adalah kejadian munculnya angka sama, maka B = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)} dan n(B) = 6

$$\therefore\ P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c. Peluang munculnya angka berjumlah 13
Misalkan C adalah kejadian munculnya angka berjumlah 13. Saat melambungkan 2 dadu bersamaan, jumlah angka terbesar yang mungkin muncul adalah 12, sehingga kejadian C adalah kejadian yang tidak mungkin terjadi. Jadi P(C) = 0.

2) Peluang yang Diselesaikan dengan Kaidah Pencacahan

Contoh 1. *Peluang dengan Permutasi*

Ada sepuluh ekor kuda berlomba dalam sebuah pacuan. Tiap-tiap kuda diberi nomor 1, nomor 2 sampai dengan nomor 10. Tentukan peluang kuda bernomor 3, 4 dan 7 berturut-turut keluar sebagai juara 1, juara 2 dan juara 3.
Penyelesaian :

Langkah pertama kita cari dulu ruang sampelnya.
Banyak cara agar 3 dari 10 ekor kuda memenangkan lomba dengan mementingkan urutan pemenang adalah permutasi 3 unsur dari 10 unsur,

$$P(10,\ 3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!} = 720$$, sehingga n(S) = 720

Selanjutnya misalkan A = kejadian kuda bernomor 3, 4 dan 7 keluar sebagai juara 1, juara 2 dan juara 3. Dalam kasus ini, hanya ada satu kemungkinan kuda bernomor 3, 4 dan 7 berturut-turut keluar sebagai juara 1, juara 2 dan juara 3, sehingga peluangnya adalah,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{720}$$

Contoh 2. *Peluang dengan Kombinasi*

a. Sebuah kotak berisi 6 bola merah dan 4 bola biru. Dari dalam kotak tersebut diambil dua bola sekaligus. Tentukan peluang yang terambil bola merah dan bola biru.
Penyelesaian :

Pada soal ini, urutan bola yang diambil belum diketahui, artinya bola pertama bisa berwarna merah atau biru.
Banyak cara mengambil 2 bola dari 10 bola yang tersedia tanpa mementingkan urutan adalah adalah C(10, 2).

$$C(10,\ 2) = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10\times 9\times 8!}{2\times 8!} = 45$$, sehingga n(S) = 45

Misalkan E = kejadian terambil bola merah dan bola biru
Banyak cara mengambil 1 bola merah dari 6 bola merah ada 6 cara
Banyak cara mengambil 1 bola biru dari 4 bola biru ada 4 cara
Dengan aturan perkalian, banyak cara terambil 1 bola merah dan 1 bola biru adalah 6 × 4 = 24 cara, sehingga n(E) = 24.

$\therefore$ Peluang terambil bola merah dan biru adalah $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

b. Dalam sebuah kotak terdapat 12 bola. 5 berwarna biru, 4 kuning dan 3 putih. Jika diambil 3 bola sekaligus secara acak, tentukan peluang yang terambil :
   a. ketiganya biru

b. ketiganya beda warna
c. 2 biru dan 1 putih

Penyelesaian :

Banyak elemen ruang sampel adalah banyak cara pengambilan 3 bola sekaligus dari 12 bola yang ada dengan tidak mementingkan urutan warna, yaitu :

$$n(S) = C(12,\ 3) = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{6 \times 9!} = 220$$

a. Misalnya A = kejadian terambil ketiga bola berwarna biru. Banyak elemen A adalah banyaknya cara mengambil 3 bola biru dari 5 bola biru yang ada tanpa memperhatikan urutan pengambilan, yaitu,

$$n(A) = C(5,\ 3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = 10$$

Jadi, peluang terambil ketiga bola berwarna biru adalah $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$

b. Misalnya B = kejadian terambil ketiga bola berbeda warna, berarti terambil bola biru, kuning dan putih.
Banyak cara mengambil 1 bola biru dari 5 bola biru ada 5 cara
Banyak cara mengambil 1 bola kuning dari 4 bola kuning ada 4 cara
Banyak cara mengambil 1 bola putih dari 3 bola putih ada 3 cara
Dengan aturan perkalian, banyak cara terambil 3 bola berbeda warna adalah 5 × 4 × 3 = 60 cara, sehingga n(B) = 60.

Jadi, peluang terambil ketiga berbeda warna adalah $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$

c. Misalnya C = kejadian terambil 2 bola biru dan 1 bola putih.
Dari 5 bola biru diambil 2 bola biru tanpa mementingkan urutan pengambilan, berarti C(5, 2). Dari 3 bola putih diambil 1 bola putih ada 3 cara.
Dengan aturan perkalian, banyak cara terambil 2 bola biru dan 1 bola putih adalah,

$$n(C) = C(5,\ 2) \times 3 = \frac{5!}{2!(5-2)!} \times 3 = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} \times 3 = 10 \times 3 = 30$$

Jadi, peluang terambil 2 bola biru dan 1 bola putih adalah $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{30}{220} = \frac{3}{22}$

3) Frekuensi Harapan

Dalam hidup siapa yang tidak pernah punya harapan? Pasti kan semua orang mempunyai harapan dalam hidupnya, berharap inilah, itulah sesuai dengan doa dan harapan masing-masing. Nahh harapan kita akan nihil hasilnya jika kita hanya berpangku tangan tidak melakukan apapun untuk mewujudkannya bukan? Oleh karena itu, selain berdoa memohon pada Tuhan YME, kita juga perlu berusaha, berikhtiar dan melakukan langkah untuk mewujudkan harapan tersebut. Semakin banyak langkah kita maka harapan kita akan terwujudnya harapan itu semakin besar.

Dalam teori peluang sesi ini Ananda akan mempelajari mengenai teori *Frekuensi Harapan*. Perumpamaan cerita di atas mengenai harapan jelas bukan? Itulah konsep frekuensi harapan. Jadi Frekuensi harapan suatu kejadian ialah harapan *banyaknya kejadian* yang dapat terjadi dari banyak percobaan yang dilakukan.

Jika A adalah suatu kejadian dan P(A) adalah peluang terjadinya A, maka besarnya frekuensi harapan kejadian A dalam *n* kali percobaan dirumuskan

Frekuensi harapan* A = P(A) × *n

Contoh

1. Sekeping koin logam ditos 30 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya gambar ?
   Penyelesaian :
   Pada pelemparan sekeping koin logam, peluang munculnya gambar P(G) = $\frac{1}{2}$,
   Maka frekuensi harapan munculnya gambar dalam 30 kali percobaan adalah,
   $$\text{Frekuensi harapan Gambar} = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ kali}$$
2. Sebuah dadu dilambungkan sebanyak 60 kali. Berapa frekuensi harapan muncul angka ganjil ?
   Penyelesaian :
   Saat melambungkan sebuah dadu, peluang munculnya angka ganjil P(angka ganjil) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,
   Maka frekuensi harapan munculnya angka ganjil dalam 60 kali percobaan adalah,
   $$\text{Frekuensi harapan angka ganjil} = \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ kali}$$

C. Rangkuman

Definisi Peluang

Jika S adalah ruang sampel dengan banyak elemen = n(S) dan A adalah suatu kejadian dengan banyak elemen = n(A), maka peluang kejadian A, diberi notasi P(A) diberikan oleh :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Kisaran Nilai Peluang

Jika A adalah suatu kejadian dengan banyak elemen = n(A), maka banyak elemen A paling sedikit adalah 0 dan paling banyak sama dengan banyak elemen ruang sampel, yaitu n(S).

Dalam persamaan, dinyatakan dengan $0 \leq n(A) \leq n(S)$

Jika kedua ruas dibagi dengan n(S), diperoleh : $\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Leftrightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$

persamaan di atas menyatakan kisaran nilai peluang, yaitu suatu angka yang terletak di antara 0 dan 1.

- Nilai P(A) = 0 adalah *kejadian mustahil*, karena kejadian ini tidak mungkin terjadi
- Nilai P(A) = 1 adalah *kejadian pasti*, karena kejadian ini selalu terjadi.

Frekuensi Harapan

Jika A adalah suatu kejadian dan P(A) adalah peluang terjadinya A, maka besarnya frekuensi harapan kejadian A dalam n kali percobaan dirumuskan :

Frekuensi harapan A = P(A) × n

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
PELUANG KEJADIAN MAJEMUK

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan Ananda dapat menentukan dan menyelesaikan serta menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan peluang kejadian majemuk.

B. Uraian Materi

Jika dua atau lebih kejadian dioperasikan sehingga membentuk kejadian baru, maka kejadian baru ini disebut ***kejadian majemuk***.

1) Peluang Komplemen dari Suatu Kejadian

> Jika A adalah suatu kejadian dan A' adalah komplemen dari kejadian A, maka berlaku $P(A) + P(A') = 1$ atau $P(A') = 1 - P(A)$

Contoh 1
Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak.
Berapa peluang terambil bukan kartu As ?
Penyelesaian :
Satu set kartu bridge berjumlah 52 kartu, berarti $n(S) = 52$
Misalkan B adalah kejadian terambil bukan kartu As, maka komplemen dari B yaitu B' adalah kejadian yang terambil kartu As, sehingga $n(B') = 4$, dan peluang kejadian B' adalah

$$P(B') = \frac{n(B')}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Jadi, peluang kejadian B yaitu yang terambil bukan kartu As adalah

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

Contoh 2
Tiga buah koin ditos bersamaan. Tentukan peluang paling sedikit muncul satu angka.

Penyelesaian :
Tiga koin dilambungkan bersamaan, banyak hasil yang mungkin ada 8, sehingga $n(S) = 8$. Jika A adalah kejadian paling sedikit muncul 1 angka, maka komplemen dari A yaitu A' adalah kejadian tidak ada angka yang muncul dari ketiga koin tersebut atau ketiganya muncul gambar, sehingga A' = { GGG } dan $n(A') = 1$

Peluang kejadian A' = muncul tiga gambar adalah $P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{1}{8}$

Jadi, peluang kejadian A = muncul paling sedikit 1 angka adalah,

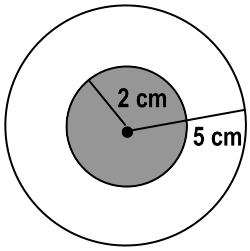
$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Contoh 3

Gambar berikut menunjukkan sebuah sasaran dalam latihan menembak yang terdiri atas dua lingkaran sepusat dengan jari-jari 2 cm dan 5 cm. Jika seorang penembak selalu mengenai sasaran, tentukan peluang bahwa peluru akan mengenai :

a. daerah lingkaran dalam
b. daerah lingkaran luar

Penyelesaian :



Dalam masalah ini, ruang sampelnya adalah daerah di dalam lingkaran besar. Dengan demikian, peluang akan merupakan perbandingan luas.

a. Jari-jari lingkaran besar r_1 = 5 cm, sehingga luasnya $A_1 = \pi.r_1^2 = \pi.\ 5^2 = 25\ \pi\ cm^2$
Jari-jari lingkaran dalam r_2 = 2 cm, sehingga luasnya $A_2 = \pi.r_2^2 = \pi.\ 2^2 = 4\ \pi\ cm^2$

Jadi, peluang mengenai daerah lingkaran dalam = $\frac{A_2}{A_1} = \frac{4\pi}{25\pi} = \frac{4}{25}$

Daerah lingkaran luar merupakan komplemen dari daerah lingkaran dalam, sehingga peluang mengenai daerah lingkaran luar adalah,
P(mengenai daerah lingkaran luar) = 1 – *P*(mengenai daerah lingkaran dalam)

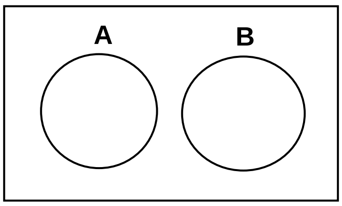
$$= 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

2) Penjumlahan Peluang

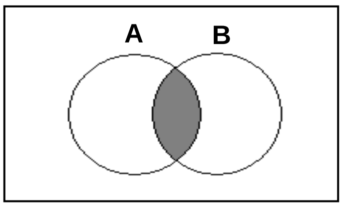
Dalam percobaan pelemparan dua buah dadu bersamaan. Misalkan kejadian A adalah jumlah angka yang dihasilkan 4 dan kejadian B adalah jumlah angka yang dihasilkan 10. Maka A = {(1.3), (2.2), (3.1)} dan B = {(4.6), (5.5), (6.4)}.

Tampak bahwa tidak satu pun elemen A yang sama dengan elemen B. Kejadian A dan B dalam hal ini disebut sebagai ***kejadian saling lepas***.

Jadi, dua kejadian dikatakan saling lepas apabila tidak ada satu pun elemen yang sama dari keduanya. Dalam notasi himpunan, dua kejadian saling lepas jika $A \cap B = \varnothing$ atau $n(A \cap B) = 0$.



Kejadian saling lepas
$A \cap B = \varnothing$ atau $n(A \cap B) = 0$



A dan B tidak saling lepas
$A \cap B \neq \varnothing$ atau $n(A \cap B) \neq 0$

- Untuk A dan B dua kejadian saling lepas, berlaku

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Untuk A dan B dua kejadian tidak saling lepas [$(A \cap B) \neq \varnothing$], berlaku

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Contoh (Kejadian saling lepas)

Dua buah dadu dilambungkan secara bersamaan. Berapa peluang muncul angka berjumlah 4 atau 10 ?

Penyelesaian :
Pada pengetosan dua buah dadu bersamaan, banyak hasil yang mungkin 36, sehingga n(S) = 36.
Kejadian A = muncul angka berjumlah 4, maka A = {(1.3), (2.2), (3.1)} dan n(A) = 3
Kejadian B = muncul angka berjumlah 10, maka B = {(4.6), (5.5), (6.4)} dan n(B) = 3
Kejadian A dan B tidak memiliki satu pun elemen yang sama, berarti A dan B saling lepas. Sehingga peluang gabungan A dan B adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} = \mathbf{\frac{1}{6}}$$

Contoh (Kejadian tidak saling lepas)

1. Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set kartu bridge. Tentukan peluang yang terambil adalah kartu intan atau kartu As.

   Penyelesaian :

   Satu set kartu bridge terdiri 52 kartu yang berbeda, sehingga n(S) = 52
   Jika kejadian A menyatakan terambil kartu intan, banyak kartu intan ada 13, sehingga n(A) = 13.
   Jika kejadian B menyatakan terambil kartu As, banyak kartu As ada 4, sehingga n(B) = 4.
   Kejadian A dan B memiliki satu elemen yang sama, karena salah satu jenis kartu As adalah intan. maka A dan B dua kejadian tidak saling lepas dengan A $\cap$ B = {kartu As intan} dan $n(A \cap B) = 1$.
   Peluang gabungan A dan B adalah

   $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

   $$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \mathbf{\frac{4}{13}}$$

2. Jika dari kartu bernomor 1 sampai 100 diambil sebuah kartu secara acak, tentukan peluang :
   a. muncul kelipatan 6
   b. muncul kelipatan 8
   c. muncul kelipatan 6 atau 8

   Penyelesaian :

   S = {1, 2, 3, …, 100} $\to n(S) = 100$
   Misalkan A = kejadian muncul kelipatan 6 dan B = kejadian muncul kelipatan 8, maka
   A = {6×1, 6×2, 6×3, …, 6×16} $\to n(A) = 16$
   B = {8×1, 8×2, 8×3, …, 8×12} $\to n(B) = 12$

   a. Peluang A = kejadian muncul kelipatan 6 adalah
   $$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$
   b. Peluang B = kejadian muncul kelipatan 8 adalah

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

c. Peluang kejadian muncul kelipatan 6 atau 8
KPK 6 dan 8 adalah 24, sehingga kelipatan 6 dan 8 dapat terjadi bersamaan jika muncul kelipatan 24, yaitu :
$A \cap B = \{24\times1, 24\times2, 24\times3, 24\times4\}$ sehingga $n(A \cap B) = 4$

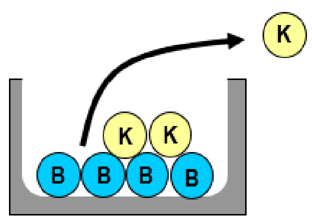
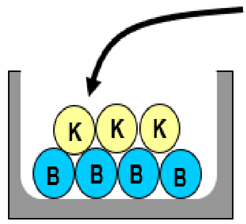
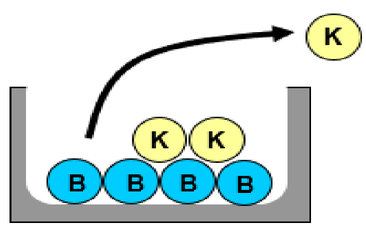
dan $P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)} = \dfrac{4}{100} = \dfrac{1}{25}$

oleh karena A dan B tidak saling lepas, maka :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{4}{25} + \frac{3}{25} - \frac{1}{25} = \mathbf{\frac{6}{25}}$$

3) Perkalian Peluang

Dua kejadian dikatakan ***saling bebas*** jika munculnya kejadian pertama tidak mempengaruhi peluang munculnya kejadian kedua.
Sebagai contoh, pada percobaan pengambilan dua bola satu per satu dengan pengembalian. Misalnya, sebuah kotak berisi 4 bola biru dan 3 bola kuning. Pada pengambilan pertama, peluang terambil bola kuning = $\frac{3}{7}$. Jika sebelum pengambilan kedua, bola dikembalikan lagi ke dalam kotak, maka peluang terambil bola kuning kedua tetap $\frac{3}{7}$. Dalam kasus ini kejadiannya *saling bebas*. Karena peluang munculnya kejadian pengambilan bola kuning kedua tidak dipengaruhi oleh pengambilan bola kuning pertama. Perhatikan gambar:

		
Pengambilan pertama bola kuning maka peluangnya P(K) = $\frac{3}{7}$	Bola kuning yang diambil dikembalikan lagi	Pengambilan kedua bola kuning maka peluangnya P(K) = $\frac{3}{7}$

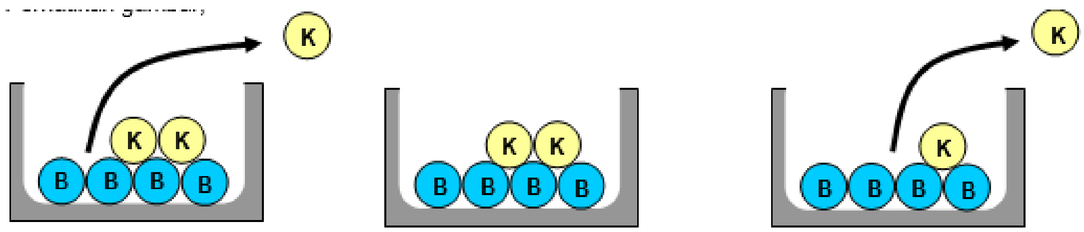
Jika A dan B dua kejadian saling bebas, maka peluang kejadian A dan B ditulis $P(A \cap B)$; diberikan oleh :

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

Dalam contoh kasus di atas, bagaimana jika sebelum pengambilan bola kedua, bola pertama tidak dikembalikan ke dalam kotak ? Misalnya, pada pengambilan pertama terambil bola kuning dan peluangnya = $\frac{3}{7}$. Jika bola kuning tersebut tidak dikembalikan ke dalam kotak, maka bola yang tersisa dalam kotak adalah 4 bola biru dan 2 bola kuning. Sehingga peluang terambil bola kuning pada pengambilan yang kedua adalah $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Dengan demikian, untuk pengambilan bola pertama yang tidak dikembalikan, maka peluang pada pengambilan bola kedua bergantung pada hasil pengambilan bola pertama. Kasus seperti ini disebut ***kejadian bersyarat***.

Perhatikan gambar,



Pengambilan pertama, bola kuning dengan peluang, P(K) = $\frac{3}{7}$

Bola kuning yang diambil tidak dikembalikan lagi ke dalam kotak

Pengambilan kedua, bola kuning dengan peluang, P(K) = $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

> Jika A dan B dua kejadian bersyarat, maka peluang kejadian A dan B ditulis $P(A \cap B)$ diberikan oleh : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$
> dimana $P(B|A)$ adalah peluang kejadian B jika diketahui kejadian A telah terjadi.

<u>Contoh</u> *Dua kejadian saling bebas*

Sebuah dadu dilempar dua kali. Tentukan peluang munculnya.

a. angka dadu genap pada lemparan pertama dan kedua
b. angka dadu genap pada lemparan pertama dan angka dadu ganjil prima pada lemparan kedua

Penyelesaian :

Banyaknya hasil yang mungkin pada pelemparan sebuah dadu ada 6, sehingga $n(S) = 6$

Misalnya,

A = kejadian muncul angka genap pada lemparan pertama, maka A = {2, 4, 6} dan $n(A)$ = 3

B = kejadian muncul angka genap pada lemparan kedua, maka B = {2, 4, 6} dan $n(B) = 3$

C = kejadian muncul angka ganjil prima pada lemparan kedua, maka C = {3, 5} dan $n(C)$ = 2

Maka,

Peluang kejadian A, $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, Peluang kejadian B, $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, dan

Peluang kejadian C, $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

a. peluang muncul angka dadu genap pada lemparan pertama dan kedua adalah,

$$P(A \cap B) = P(A) \text{ x } P(B) = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

b. peluang muncul angka dadu genap pada lemparan pertama dan angka dadu ganjil prima pada lemparan kedua adalah,

$$P(A \cap C) = P(A) \text{ x } P(C) = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

Contoh *Dua kejadian saling bebas*

Dalam sebuah tas sekolah terdapat 6 buku matematika dan 8 buku kimia. Dua buku diambil secara acak dari dalam tas satu per satu. Jika buku pertama yang diambil dimasukkan kembali ke dalam tas sebelum buku kedua diambil, berapakah peluang yang terambil adalah :

a. buku pertama matematika dan buku kedua kimia
b. buku pertama kimia dan buku kedua kimia

Penyelesaian :

Tas berisi 14 buku (6 buku matematika dan 8 buku kimia), sehingga $n(S) = 14$.

Misalkan A = kejadian terambil buku matematika, maka $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$, dan

B = kejadian terambil buku kimia, maka $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

a. Peluang terambil buku matematika lalu buku kimia adalah,

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{49}$

b. Peluang terambil buku kimia lalu buku kimia adalah, $P(B \cap B) = P(B) \times P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

Contoh *Dua kejadian bersyarat*

Sebuah kotak berisi 6 bola merah dan 4 bola biru. Jika diambil 2 bola satu per satu tanpa pengembalian, tentukan peluang bola yang terambil berturut-turut berwarna :

a. biru - merah
b. merah – merah
c. merah - biru

Penyelesaian :

Banyak bola sebelum pengambilan adalah 6 bola merah + 4 bola biru = 10 bola.

a. Pada pengambilan pertama terambil bola biru. Tersedia 4 bola biru dari 10 bola, sehingga peluang terambil bola biru $P(B)$ adalah,

$$P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Banyak bola sebelum pengambilan kedua adalah 6 bola merah + 3 bola biru = 9 bola. Peluang terambil bola merah dengan syarat bola biru telah terambil pada pengambilan pertama, ditulis $P(M|B)$ adalah,

$$P(M|B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Jadi, peluang terambil berturut-turut bola berwarna biru – merah adalah,

$$P(B \cap M) = P(B) \times P(M|B)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

b. Pada pengambilan pertama terambil bola merah. Tersedia 6 bola merah dari 10 bola, sehingga peluang terambil bola merah $P(M)$ adalah,

$$P(M) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Banyak bola sebelum pengambilan kedua adalah 5 bola merah + 4 bola biru = 9 bola. Peluang terambil bola merah dengan syarat bola merah telah terambil pada pengambilan pertama, ditulis $P(M|M)$ adalah : $P(M|M) = \frac{5}{9}$

Jadi, peluang terambil berturut-turut bola berwarna merah – merah adalah,

$P(M \cap M) = P(M) \times P(M|M)$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

c. Pada pengambilan pertama terambil bola merah. Tersedia 6 bola merah dari 10 bola, sehingga peluang terambil bola merah $P(M)$ adalah : $P(M) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Banyak bola sebelum pengambilan kedua adalah 5 bola merah + 4 bola biru = 9 bola. Peluang terambil bola biru dengan syarat bola merah telah terambil pada pengambilan pertama, ditulis $P(B|M)$ adalah : $P(B|M) = \frac{4}{9}$

Jadi, peluang terambil berturut-turut bola berwarna merah – biru adalah,

$P(M \cap B) = P(M) \times P(B|M)$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$$

C. Rangkuman

Untuk A dan B dua kejadian saling lepas, berlaku

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Untuk A dan B dua kejadian tidak saling lepas [$(A \cap B) \neq \varnothing$], berlaku

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B\}$$

Jika A dan B dua kejadian saling bebas, maka peluang kejadian A dan B ditulis $P(A \cap B)$ diberikan oleh :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Jika A dan B dua kejadian bersyarat, maka peluang kejadian A dan B ditulis $P(A \cap B)$ diberikan oleh :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

dimana $P(B|A)$ adalah peluang kejadian B jika diketahui kejadian A telah terjadi.