

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

JARAK TITIK KE TITIK DALAM RUANG BIDANG DATAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak antar titik dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke titik, dan menentukan jarak titik ke titik dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

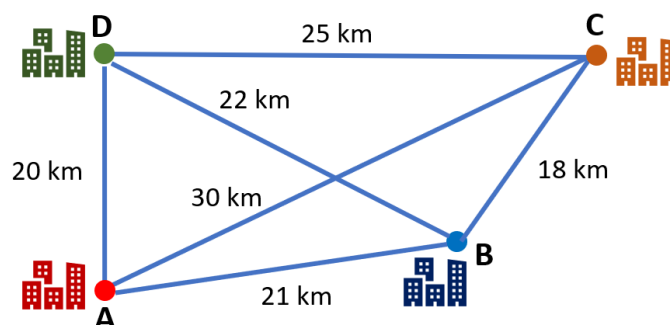
Konsep Jarak Titik ke Titik

Untuk memahami konsep jarak antara dua titik, mari kita perhatikan dua masalah berikut.



Masalah 1

Bangun berikut merepresentasikan kota-kota yang terhubung dengan jalan. Titik merepresentasikan kota dan ruas garis merepresentasikan jalan yang menghubungkan kota.



Gambar 3. Gambar Kota dan jalan yang menghubungkannya

Faisal berencana menuju kota C berangkat dari kota A. Tulis kemungkinan rute yang ditempuh Faisal dan tentukan panjang rute-rute tersebut. Rute manakah yang terpendek? Menurut pendapat kalian berapa jarak antara kota A dan C? Beri alasan untuk jawaban kalian.

Nah, untuk menjawab masalah di atas, kita akan membuat tabel kemungkinan rute yang bisa dilalui Faisal berikut ini.

No	Kemungkinan rute dari Kota A ke Kota C	Panjang Lintasan
1	$A \rightarrow C$	30
2	$A \rightarrow B \rightarrow C$	$21 + 18 = 39$
3	$A \rightarrow D \rightarrow C$	$20 + 25 = 45$
4	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$	$21 + 22 + 25 = 68$
5	$A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$	$20 + 22 + 18 = 60$

Tabel 1. Kemungkinan rute yang ditempuh Faisal

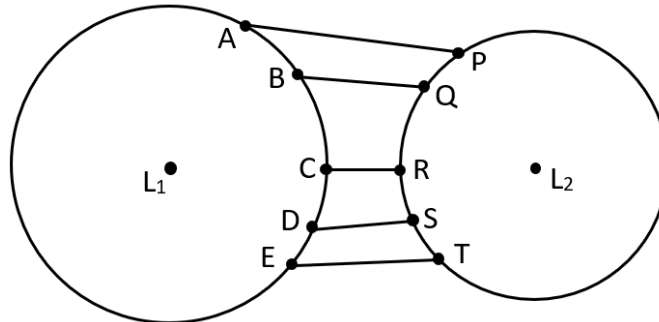
Dari tabel di atas tampak bahwa rute terpendek dari Kota A ke Kota C adalah rute yang pertama: $A \rightarrow C$ sepanjang 30 km.

Jadi, jarak antara kota A dan kota C adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan antara kota A dan C, yaitu rute $A \rightarrow C$ sepanjang 30 km.



Masalah 2

Diketahui dua lingkaran seperti pada gambar berikut. Titik A, B, C, D, dan E terletak pada lingkaran L_1 dan titik P, Q, R, S, dan T terletak pada lingkaran L_2 . Ruas garis manakah yang mewakili jarak antara kedua lingkaran tersebut?



Gambar 4. Jarak dua titik pada lingkaran

Nah, untuk menjawab pertanyaan di atas perlu kalian ketahui bahwa dalam geometri, jarak dua bangun didefinisikan sebagai panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut. Coba kalian perhatikan ruas garis-ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran L_1 dan L_2 , manakah ruas garis terpendek? Jika CR adalah ruas garis terpendek di antara semua ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran tersebut, maka ruas garis CR disebut jarak antara lingkaran L_1 dan lingkaran L_2 .

Nah, dari dua masalah di atas kita dapat menyimpulkan **jarak antara dua titik** seperti berikut ini.

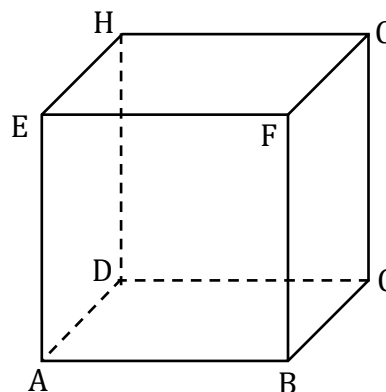
“Jarak titik ke titik adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.”



Contoh 1.

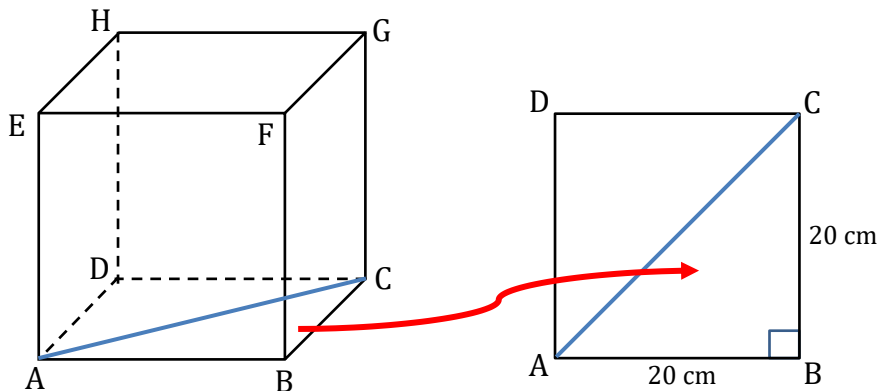
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 20 cm. Hitunglah jarak antara titik-titik berikut.

- a. B ke F
- b. A ke D
- c. G ke H
- d. A ke C
- e. H ke B
- f. G ke titik tengah AB



Jawab:

- Jarak titik B ke F diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) BF. Jadi, jarak titik B ke F adalah 20 cm.
- Jarak titik A ke D diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) AD. Jadi, jarak titik A ke D adalah 20 cm.
- Jarak titik G ke H diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) GH. Jadi, jarak titik G ke H adalah 20 cm.
- Jarak titik A ke C diwakili oleh panjang ruas garis AC. Ruas garis AC merupakan diagonal bidang alas ABCD.

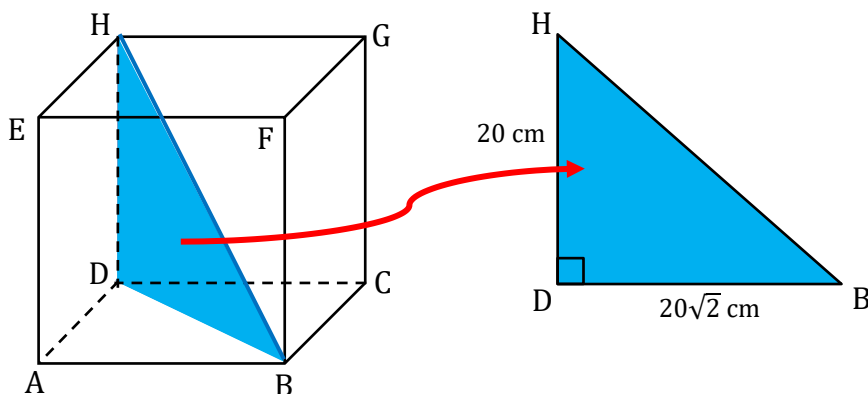


Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di B. Berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned}
 AC^2 &= AB^2 + BC^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\
 &= 20^2 + 20^2 && \text{(panjang AB = BC = 20 cm)} \\
 &= 400 + 400 \\
 &= 400 \times 2 \\
 AC &= \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2} && (\sqrt{400 \times 2} = \sqrt{400} \times \sqrt{2} = 20\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik A ke C adalah $20\sqrt{2}$ cm.

- Jarak titik H ke B diwakili oleh panjang ruas garis HB. Ruas garis HB merupakan diagonal ruang kubus ABCD.EFGH.



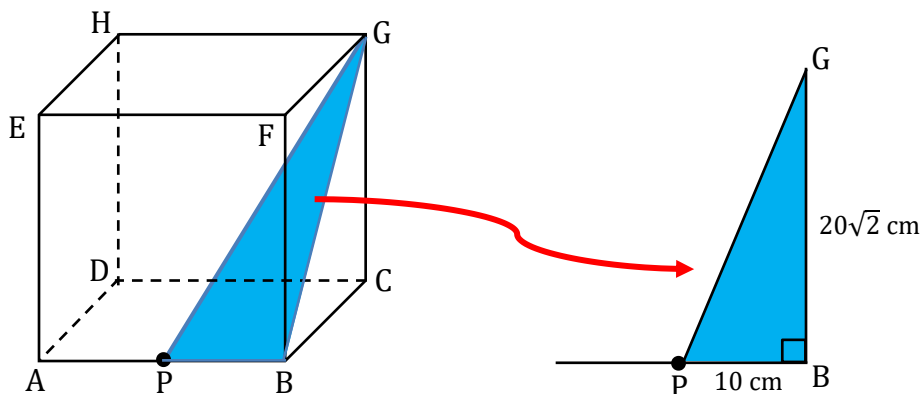
Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga BDH adalah segitiga siku-siku di D. Ruas garis BD adalah diagonal bidang alas ABCD, sehingga $BD = AC = 20\sqrt{2}$ cm (hasil perhitungan pada bagian d).

Perhatikan segitiga BDH, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned}
 HB^2 &= BD^2 + DH^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\
 &= (20\sqrt{2})^2 + 20^2 && \text{(panjang } BD = 20\sqrt{2} \text{ cm dan rusuk } DH = 20 \text{ cm)} \\
 &= 800 + 400 \\
 &= 1200 = 400 \times 3 \\
 HB &= \sqrt{400 \times 3} = 20\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik H ke B adalah $20\sqrt{3}$ cm.

- f. Misalkan P adalah titik tengah AB. Jarak titik G ke titik tengah AB diwakili oleh panjang ruas garis GP seperti ditunjukkan pada gambar berikut.



Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga BGP adalah segitiga siku-siku di B. Ruas garis BG adalah diagonal bidang alas BCGF, sehingga $BG = 20\sqrt{2}$ cm (panjang $BG = AC = BD$, semuanya adalah diagonal bidang kubus ABCD.EFGH).

Perhatikan segitiga BGP, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned}
 GP^2 &= BG^2 + BP^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\
 &= (20\sqrt{2})^2 + 10^2 && \text{(panjang } BD = 20\sqrt{2} \text{ cm dan rusuk } DH = 20 \text{ cm)} \\
 &= 800 + 100 \\
 &= 900 \\
 GP &= \sqrt{900} = 30
 \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik G ke P titik tengah AB adalah 30 cm.

Contoh 2.

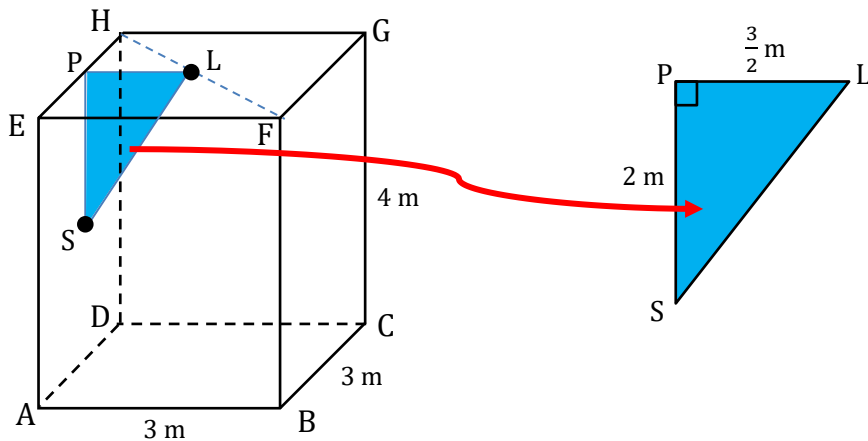


Andi mempunyai kamar tidur yang berukuran $3\text{ m} \times 3\text{ m} \times 4\text{ m}$. Tepat di tengah plafon kamar Andi dipasang lampu. Jika saklar lampu diletakkan tepat di tengah salah satu dinding kamar, berapakah jarak dari lampu ke saklar?

Jawab:

Kamar Andi berukuran $3\text{ m} \times 3\text{ m} \times 4\text{ m}$, berarti panjang kamar 3 m, lebar 3 m, dan tinggi 4 m.

Jarak antara lampu dan saklar dapat diilustrasikan seperti gambar berikut.



Misalkan lampu (L), saklar (S) berada di dinding ADHE, dan P adalah titik tengah EH. Jarak antara lampu dan saklar adalah LS.

$$\text{Panjang ruas garis PS} = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} (4 \text{ m}) = 2 \text{ m.}$$

$$\text{Panjang ruas garis PL} = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} (3 \text{ m}) = \frac{3}{2} \text{ m}$$

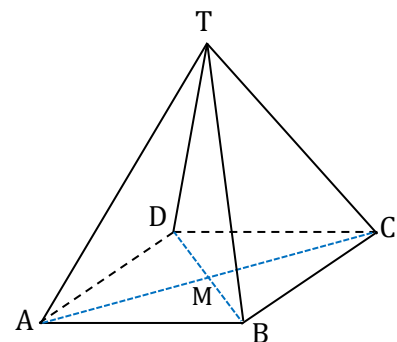
Perhatikan segitiga LPS siku-siku di P, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned} LS^2 &= LP^2 + PS^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2 && \text{(panjang LP} = \frac{3}{2} \text{ cm dan rusuk PS} = 2 \text{ cm)} \\ &= \frac{9}{4} + 4 = \frac{9}{4} + \frac{16}{4} \\ &= \frac{25}{4} \\ LS &= \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2,5 \end{aligned}$$

Jadi, Panjang kabel terpendek yang diperlukan Andi untuk menghubungkan lampu dan saklar adalah 2,5 meter.

Contoh 3

Diketahui limas T.ABCD seperti pada gambar di samping. ABCD merupakan persegi dengan panjang rusuk 6 cm. $TA = TB = TC = TD = 5$ cm dan M adalah titik tengah AC. Hitung jarak antara titik T dan titik M.

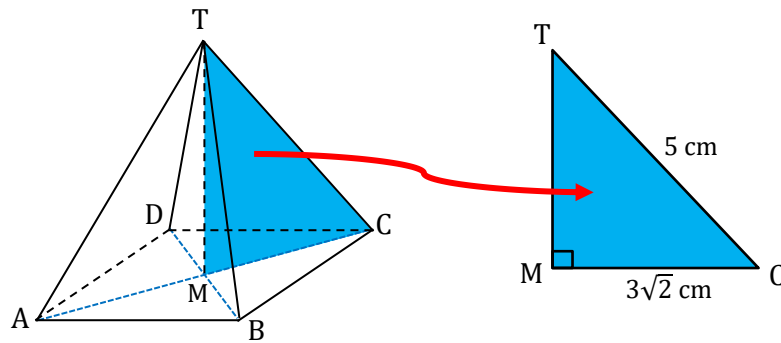


Jawab:

Perhatikan segitiga ABC, siku-siku di B, berarti:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\ &= 6^2 + 6^2 && \text{(panjang AB} = BC = 6 \text{ cm)} \\ &= 36 + 36 \\ &= 36 \times 2 \\ AC &= \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

Titik M adalah titik tengah AC, sehingga $AM = CM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$ cm.



Perhatikan segitiga CMT, siku-siku di M, berarti:

$$TC^2 = CM^2 + TM^2 \quad (\text{Teorema Pythagoras})$$

$$TM^2 = TC^2 - CM^2$$

$$= 5^2 - (3\sqrt{2})^2 \quad (\text{panjang } TC = 5 \text{ cm dan } CM = 3\sqrt{2} \text{ cm})$$

$$= 25 - 18$$

$$= 7$$

$$TM = \sqrt{7}$$

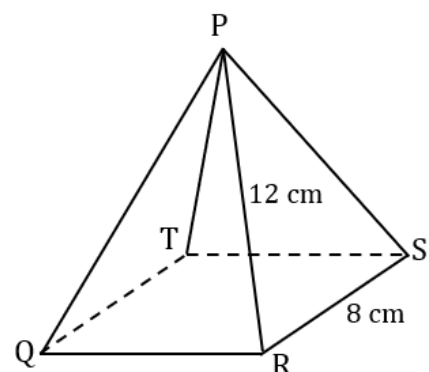
Jadi, jarak antara titik T dan titik M adalah $\sqrt{7}$ cm yang merupakan tinggi dari limas T.ABCD.

C. Rangkuman

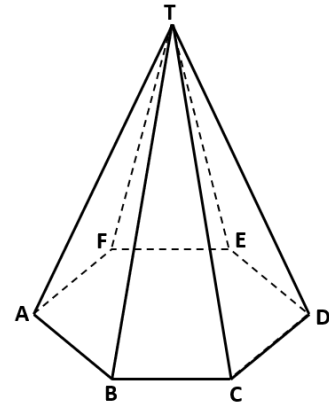
- Jarak titik ke titik adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.
- Dalam geometri, jarak dua bangun didefinisikan sebagai panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut.

D. Latihan Soal

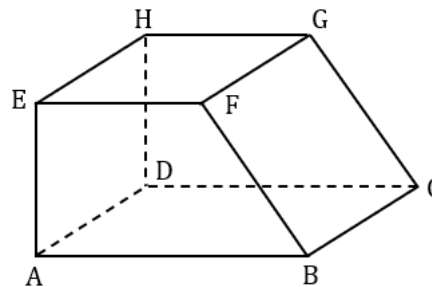
1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Hitunglah jarak antar titik-titik berikut.
 - a. titik A dan G
 - b. titik D dan F
 - c. titik B dan titik tengah garis EG
 - d. titik E dan titik tengah garis BG
2. Diketahui limas beraturan P.QRST dengan panjang RS = 8 cm dan PR = 12 cm, seperti pada gambar. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, hitung jarak antar titik berikut.
 - a. titik P dan titik tengah RS
 - b. titik P dan titik perpotongan QS dan RT



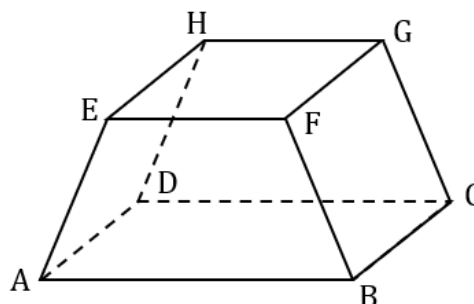
3. Diketahui limas beraturan T.ABC dengan bidang alas berbentuk segitiga sama sisi. TA tegak lurus dengan bidang alas. Jika panjang $AB = 4\sqrt{2}$ cm dan $TA = 4$ cm, tentukan jarak antara titik T dan C.
4. Perhatikan limas segi enam beraturan berikut. Diketahui panjang $AB = 10$ cm dan $TA = 13$ cm. Titik O merupakan titik tengah garis BE. Tentukan jarak antara titik T dan titik O.



5. Perhatikan bangun berikut ini.
Jika diketahui panjang $AB = 5$ cm, $AE = BC = EF = 4$ cm, maka tentukan:
 - a. Jarak antara titik A dan C
 - b. Jarak antara titik E dan C
 - c. Jarak antara titik A dan G



6. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, dan $AE = 9$ cm. Titik M merupakan titik potong antara diagonal AC dan BD. Rusuk CG diperpanjang 3 cm, kemudian dari titik M ditarik garis miring sehingga memotong perpanjangan rusuk CG di titik N. Hitung panjang ruas garis MN yang terjadi dan buat sketsa permasalahan tersebut.
7. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan garis AB, BC, dan bidang ADHE. Tentukan jarak antar titik berikut.
 - a. titik P ke titik R
 - b. titik Q ke titik R
8. Pada gambar di bawah menunjukkan piramida terpotong ABCD.EFGH tegak beraturan dengan ABCD dan EFGH merupakan persegi yang saling sejajar dengan $AB = 12$ cm, $EF = 8$ cm, dan $AE = BF = CG = DH = 10$ cm. Hitung jarak antar titik.
 - a. E dan G
 - b. A dan C
 - c. titik potong diagonal HF dan EG dengan titik potong AC dan BD.



KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

JARAK TITIK KE GARIS DALAM RUANG BIDANG DATAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak titik ke garis dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke garis, dan menentukan jarak titik ke garis dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

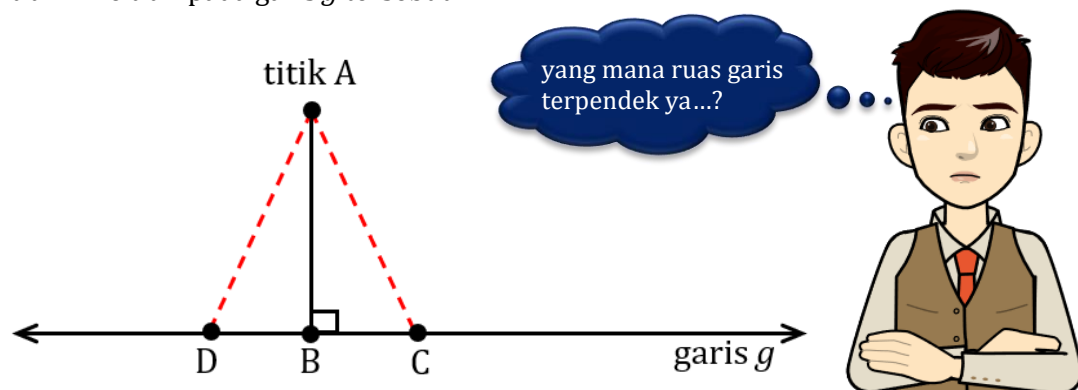
Konsep Jarak Titik ke Garis



Pada gambar di bawah, titik A terletak di luar garis g . Bagaimana menentukan jarak antara titik A dan garis g ?

Coba kalian ingat kembali materi jarak titik ke titik pada Kegiatan Pembelajaran 1, yaitu **jarak titik ke titik** adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.

Nah, jika kita ingin mencari jarak antara titik A ke garis g , maka kita perlu membuat sebuah titik yang terletak di garis g , lalu menarik sebuah **ruas garis terpendek** dari titik A ke titik pada garis g tersebut.



Manakah ruas garis terpendek? Tentunya ruas garis terpendek adalah ruas garis AB yang tegak lurus (membentuk sudut siku-siku) dengan garis g . Mengapa demikian?

Coba kalian perhatikan ruas garis AB dan AC . Terlihat bahwa ABC membentuk segitiga siku-siku di B dengan AC merupakan sisi miring. Nah, tentunya kalian masih ingat bahwa sisi miring merupakan sisi terpanjang pada sebuah segitiga siku-siku. Ini berarti bahwa ruas garis AB lebih pendek dari AC .

Demikian halnya jika kita membuat ruas garis lainnya dari A ke garis g , misalnya AD . Tentunya akan terbentuk segitiga ABD siku-siku di B dengan AD merupakan sisi miring. Berarti AD pun lebih panjang dari AB , dan demikian seterusnya.

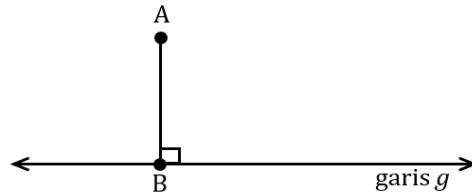
Jadi, ruas garis terpendek adalah ruas garis AB . Dengan demikian dapat kita simpulkan bahwa **jarak titik A ke garis g adalah panjang ruas garis AB , yaitu ruas garis tegak lurus antar titik A ke garis g .**

Dalam hal ini, titik B biasa disebut sebagai proyeksi titik A terhadap garis g .

Pengertian Jarak Titik ke Garis



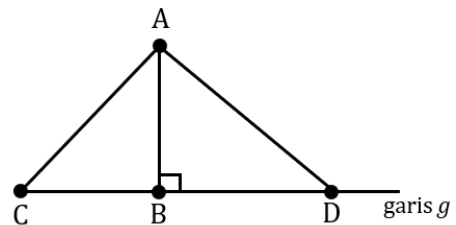
“Misal A adalah titik dan g adalah garis. Jarak titik A ke garis g adalah panjang ruas garis AB dengan B terletak di garis g , dan AB tegak lurus garis g ”.



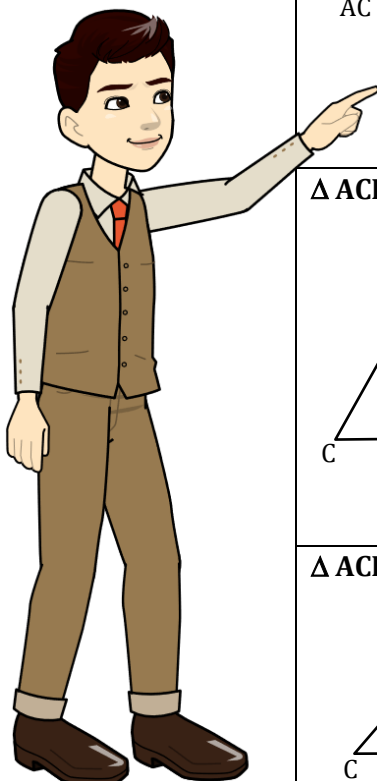
Prosedur Menghitung Jarak Titik ke Garis

Langkah-langkah untuk menghitung jarak titik A ke garis g sebagai berikut.

- Hubungkan titik A ke titik C dan titik D sehingga terbentuk segitiga ACD.
- Hitung jarak antar dua titik, yaitu AC, AD, dan CD untuk menetapkan jenis segitiga.
- Hitung tinggi segitiga ACD, yaitu AB yang merupakan jarak titik A ke garis g .



Dari langkah-langkah di atas, ada 3 jenis segitiga ACD yang mungkin terbentuk. Berikut ini cara menghitung panjang ruas garis AB atau jarak titik A ke garis g .



<p>Δ ACD sama kaki</p>	<p>Δ ACD sama kaki, sehingga $BC = BD = \frac{1}{2} CD$ Dengan Teorema Pythagoras diperoleh: $AB^2 = AD^2 - \left(\frac{1}{2} CD\right)^2$ atau $AB^2 = AD^2 - BD^2$ atau $AB^2 = AD^2 - BC^2$</p>
<p>Δ ACD siku-siku di A</p>	<p>Gunakan rumus luas Δ ACD Luas Δ ACD = $\frac{1}{2} \times CD \times AB$ atau Luas Δ ACD = $\frac{1}{2} \times AC \times AD$ Sehingga diperoleh: $\frac{1}{2} \times CD \times AB = \frac{1}{2} \times AC \times AD$ $CD \times AB = AC \times AD$ $AB = \frac{AC \times AD}{CD}$</p>
<p>Δ ACD sembarang</p>	<p>$x + y = AB \rightarrow y = AB - x$ Rumus yang dipakai: $AB^2 = AD^2 - y^2$ atau $AB^2 = AC^2 - x^2$</p>

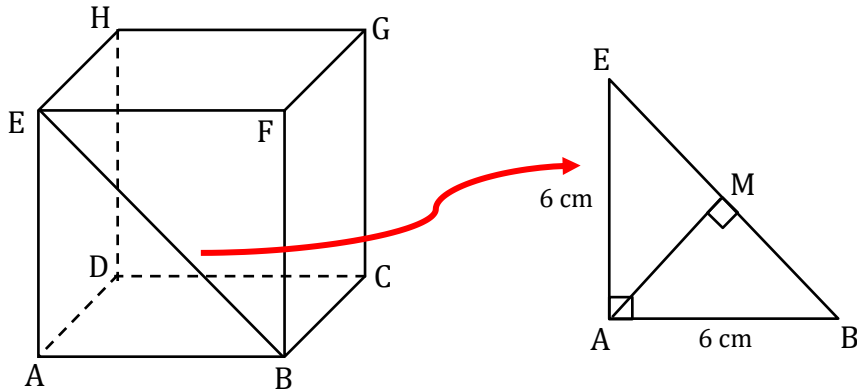
Contoh 1.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Berapakah jarak titik A ke diagonal bidang BE?

Jawab:

Perhatikan gambar.

Jika titik B dan E dihubungkan dengan ruas garis, maka diperoleh,



Jarak titik A ke bidang diagonal BE adalah panjang ruas garis AM dengan $BM = \frac{1}{2}BE$, karena segitiga ABE merupakan segitiga sama kaki ($AB = AE$). Dengan menggunakan Teorema Pythagoras diperoleh,

$$AM^2 = AB^2 - BM^2$$

Terlebih dulu ditentukan panjang BE. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras diperoleh,

$$\begin{aligned} BE^2 &= AB^2 + AE^2 \\ &= 6^2 + 6^2 \\ &= 6^2 \times 2 \\ BE &= \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

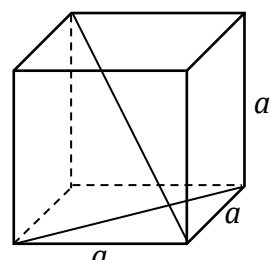
$$\text{Sehingga panjang } BM = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}.$$

Dengan demikian diperoleh,

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 - BM^2 \\ &= 6^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 36 - 18 \\ &= 18 \\ AM &= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik A ke diagonal bidang BE adalah $3\sqrt{2}$ cm.

Catatan:



Pada kubus dengan panjang rusuk a , maka:

- Panjang diagonal bidang adalah $a\sqrt{2}$.
- Panjang diagonal ruang adalah $a\sqrt{3}$.

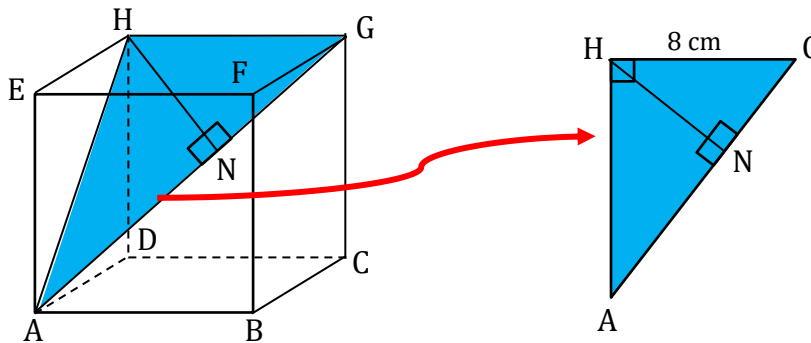


Contoh 2.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Hitunglah jarak titik H ke garis AG.

Jawab:

Perhatikan gambar. Titik N terletak pada garis AG, dan ruas garis HN tegak lurus garis AG.



Pada gambar di atas terlihat $\triangle AHG$ siku-siku di H dan garis tinggi HN. Berdasarkan Teorema Pythagoras, AH merupakan diagonal bidang kubus berarti $AH = 8\sqrt{2}$ cm dan AG merupakan diagonal ruang kubus, berarti $AG = 8\sqrt{3}$ cm.

Kita akan menghitung luas $\triangle AHG$ dalam dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \triangle AHG = \frac{1}{2} \times AH \times GH \text{ atau Luas } \triangle AHG = \frac{1}{2} \times AG \times HN$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{1}{2} \times AH \times GH = \frac{1}{2} \times AG \times HN$$

$$8\sqrt{2} \times 8 = 8\sqrt{3} \times HN$$

$$HN = \frac{8\sqrt{2} \times 8}{8\sqrt{3}}$$

$$HN = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$HN = \frac{8}{3}\sqrt{6}$$

Rasionalkan penyebut

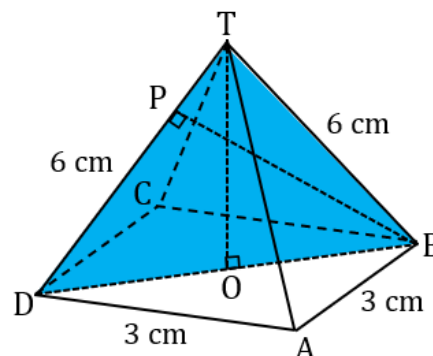
Jadi, jarak titik H ke garis AG adalah $\frac{8}{3}\sqrt{6}$ cm.

Contoh 3.

Diketahui limas beraturan T.ABCD, panjang rusuk AB = 3 cm dan TA = 6 cm. Tentukan jarak titik B ke rusuk TD.

Jawab:

Misal P proyeksi titik B ke ruas garis TD. Jarak titik B ke rusuk TD adalah BP.



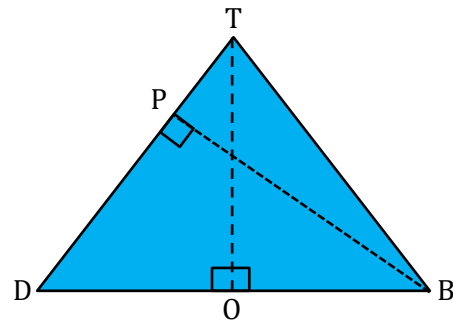
Perhatikan bidang alas ABCD dengan panjang rusuk 3 cm. Dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 \\ &= 3^2 + 3^2 \\ &= 3^2 \times 2 \\ BD &= \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Panjang $OB = OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(3\sqrt{2}) = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ cm.

Dengan Teorema Pythagoras, tinggi limas TO adalah

$$\begin{aligned} TO^2 &= TB^2 - OB^2 \\ &= 6^2 - \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2 \\ &= 36 - \frac{9}{2} = \frac{63}{2} \\ TO &= \sqrt{\frac{63}{2}} = \sqrt{\frac{9 \times 7}{2} \times \frac{2}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{14} \end{aligned}$$



Perhatikan segitiga TBD.

Kita akan menghitung luas Δ TBD dalam dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta \text{ TBD} = \frac{1}{2} \times BD \times TO \text{ atau } \text{Luas } \Delta \text{ TBD} = \frac{1}{2} \times TD \times BP$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} \cancel{\frac{1}{2}} \times BD \times TO &= \cancel{\frac{1}{2}} \times TD \times BP \\ BP &= \frac{BD \times TO}{TD} \\ BP &= \frac{3\sqrt{2} \times \frac{3}{2}\sqrt{14}}{6} \\ BP &= \frac{\frac{9}{2}\sqrt{28}}{6} = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{4 \times 7}}{6} = \frac{9\sqrt{7}}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{7} \end{aligned}$$

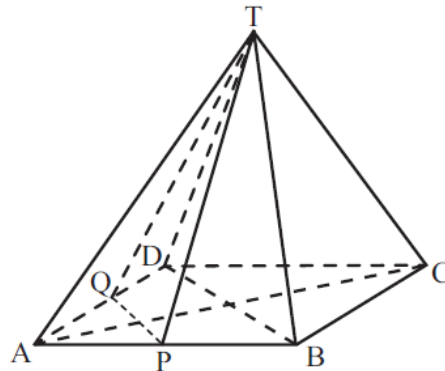
Jadi, jarak titik B ke rusuk TD adalah $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ cm.

C. Rangkuman

- Misal A adalah titik dan g adalah garis. Jarak titik A ke garis g adalah panjang ruas garis AB dengan B terletak di garis g , dan AB tegak lurus garis g . Titik B disebut pula proyeksi titik A terhadap garis g .
- Jarak titik A ke garis g merupakan panjang garis tinggi yang melalui titik A pada segitiga ABC dimana titik B dan C terletak pada garis g .
- Teorema Pythagoras dan rumus luas segitiga sangat penting untuk menghitung jarak suatu titik ke garis dalam ruang bidang datar.

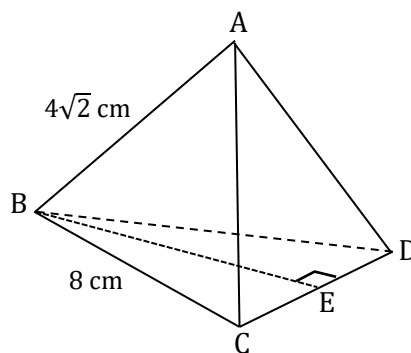
D. Latihan Soal

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Titik T merupakan titik tengah CG. Hitung jarak titik T ke garis HB.
2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Hitung jarak titik H ke garis AC.
3. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik T adalah titik tengah CG. Hitung jarak titik E ke garis BT.
4. Diketahui limas segiempat beraturan T.ABCD dengan $AB = BC = 5\sqrt{2}$ cm dan $TA = 13$ cm. Hitung jarak titik A ke garis TC.
5. Diketahui limas segi enam beraturan T.ABCDEF dengan panjang rusuk $AB = 10$ cm dan $AT = 13$ cm. Tentukan jarak antara titik B dan rusuk TE.
6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. Titik M adalah titik tengah BC. Tentukan jarak M ke EG
7. Perhatikan limas segi empat beraturan berikut.



Titik P dan Q berturut-turut adalah titik tengah rusuk AB dan AD. Jika panjang $AB = TA = 12$ cm, tentukan jarak antara titik T dan garis PQ.

8. Perhatikan gambar limas segitiga beraturan berikut.



Titik E merupakan titik tengah rusuk CD. Panjang $BC = 8$ cm dan $AB = 4\sqrt{2}$ cm. Hitung jarak titik A ke garis BE.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

JARAK TITIK KE BIDANG PADA RUANG BIDANG DATAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak titik ke bidang dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke bidang, dan menentukan jarak titik ke bidang dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

Konsep Jarak Titik ke Bidang

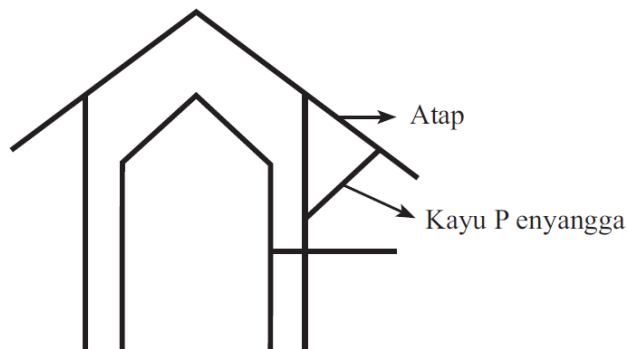


Mari Mengamati

Tiang penyangga dibuat untuk menyangga atap suatu gedung. Tiang penyangga ini menghubungkan suatu titik pada salah satu sisi gedung dan suatu titik pada bidang atap seperti ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Tiang Penyangga Atap bangunan
Sumber:
<https://idea.grid.id/read/09691558/batu-alam-mencerahkan-tampilan-fasad>



Gambar 2. Tampak Samping Tiang Penyangga Atap Bangunan

Apabila dibuat gambar tampak samping diperoleh seperti pada Gambar 2.

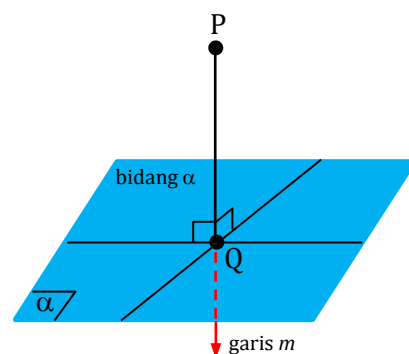
Dari Gambar 2, cermati gambar kayu penyangga dan atap. Dapatkah Anda menentukan kondisi atau syarat agar panjang kayu penyangga seminimal mungkin?



Ayo Mengamati

Perhatikan gambar di samping. Titik P terletak di luar bidang α . Jarak titik P ke bidang α merupakan panjang ruas garis tegak lurus yang menghubungkan titik P ke titik tembus pada bidang α .

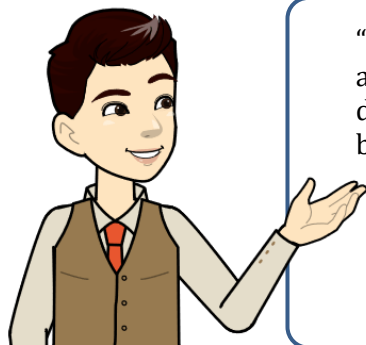
Panjang ruas garis PQ = jarak titik P ke bidang α .



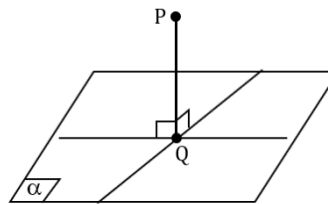
Langkah-langkah menentukan jarak titik P ke bidang α sebagai berikut:

1. Dari titik P, tarik garis m yang tegak lurus terhadap bidang α . Ingat garis m tegak lurus bidang α apabila garis m sedikitnya tegak lurus terhadap dua garis yang berpotongan pada bidang α .
2. Tentukan titik tembus garis m terhadap bidang α . Misalkan titik tembus ini adalah titik Q, jarak titik P ke bidang α adalah panjang ruas garis PQ.

Pengertian Jarak Titik ke Bidang



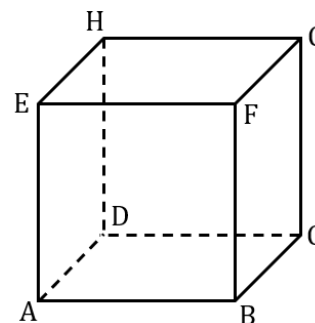
“Misal P adalah titik dan α adalah bidang. Jarak antara P dengan bidang α adalah panjang ruas garis dari PQ, dengan Q di bidang α dan PQ tegak lurus bidang α ”.



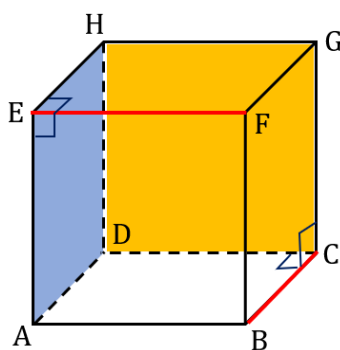
Contoh 1.

Diketahui kubus ABCD.EFGH. Manakah yang merupakan jarak antara titik dan bidang berikut.

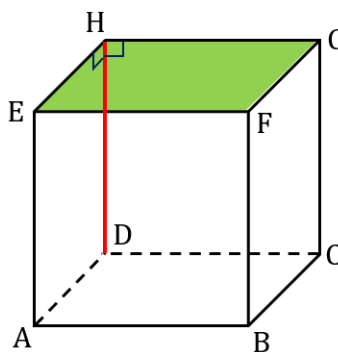
- a. titik B ke bidang DCGH?
- b. titik F ke bidang ADHE?
- c. titik D ke bidang EFGH?
- d. titik A ke bidang BDHF?



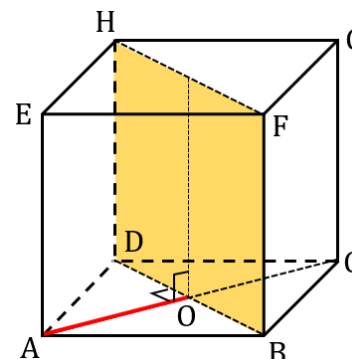
Jawab:



(a) dan (b)



(c)

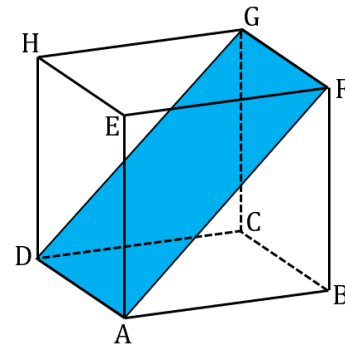


(d)

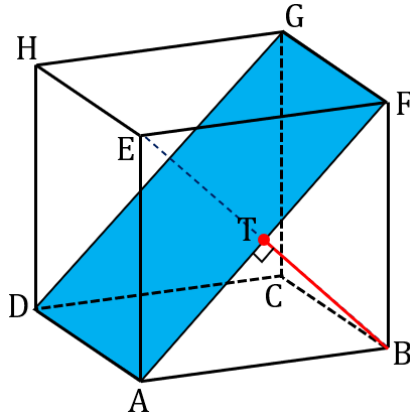
- a. Jarak titik B ke bidang DCGH adalah panjang ruas garis BC, karena ruas garis BC tegak lurus bidang DCGH.
- b. Jarak titik F ke bidang ADHE adalah panjang ruas garis FE, karena ruas garis FE tegak lurus bidang ADHE.
- c. Jarak titik D dengan bidang EFGH adalah panjang ruas garis DH, karena ruas garis DH tegak lurus bidang EFGH.
- d. Jarak titik A dengan bidang BDHF adalah panjang ruas garis AO, karena ruas garis AO tegak lurus bidang BDHF.

Contoh 2.

Diberikan kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik A, F, G, dan D dihubungkan sehingga terbentuk bidang AFGD seperti gambar di samping. Berapakah jarak titik B ke bidang AFGD?



Jawab:



Untuk menentukan jarak titik B ke bidang AFGD dapat ditentukan dengan mencari panjang ruas garis yang tegak lurus dengan bidang AFGD dan melalui titik B.

Ruas garis BT tegak lurus dengan bidang AFGD, sehingga jarak titik B ke bidang AFGD adalah panjang ruas garis BT.

Titik T adalah titik tengah diagonal AF, karena diagonal AF dan BE pada kubus berpotongan tegak lurus, dan perpotongannya di titik T.

Panjang diagonal $AF = 6\sqrt{2}$, sehingga panjang $AT = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$.

Karena BT tegak lurus bidang AFGD, maka segitiga ATB adalah segitiga siku-siku di T. Dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} TB^2 &= AB^2 - AT^2 \\ &= 6^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 36 - 18 = 18 \\ TB &= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik B ke bidang AFGD adalah $3\sqrt{2}$ cm.

Contoh 3.

Diberikan limas T.ABCD dengan alas persegi. Titik O adalah perpotongan diagonal AC dan BD. Jika $AB = BC = CD = AD = 6$ cm, $TA = TB = TC = TD = 3\sqrt{6}$ cm dan tinggi limas $TO = 6$ cm, berapakah jarak antara titik O dengan bidang TBC?

Jawab:

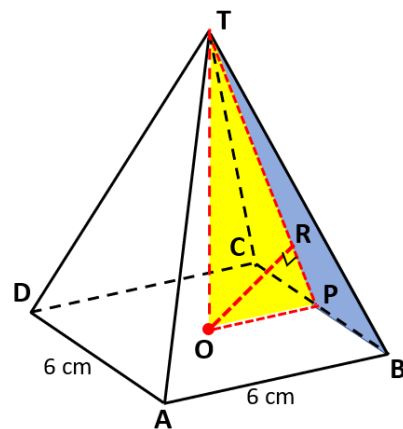
Untuk menentukan jarak titik O ke bidang TBC, dibuat ruas garis OP dengan OP sejajar AB.

$$OP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(6) = 3 \text{ cm dan } TO = 6 \text{ cm.}$$

Misal titik R terletak pada bidang TBC, titik R terletak pada TP dan TP terletak pada bidang TBC dan OR tegak lurus TP.

Perhatikan segitiga TOP siku-siku di O, sehingga dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} TP^2 &= TO^2 + OP^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45 \\ TP &= \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5} \end{aligned}$$



Jarak titik O ke bidang TBC adalah panjang ruas garis OR. Panjang ruas garis OR dapat dihitung dengan menggunakan Luas ΔPOT dari dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta POT = \frac{1}{2} \times OP \times TO = \frac{1}{2} \times OR \times TP$$

Sehingga diperoleh

$$OP \times TO = OR \times TP$$

$$OR = \frac{OP \times TO}{TP}$$

$$OR = \frac{3 \times 6}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$$

Jadi, jarak titik O ke bidang TBC adalah $\frac{6}{5}\sqrt{5}$ cm.

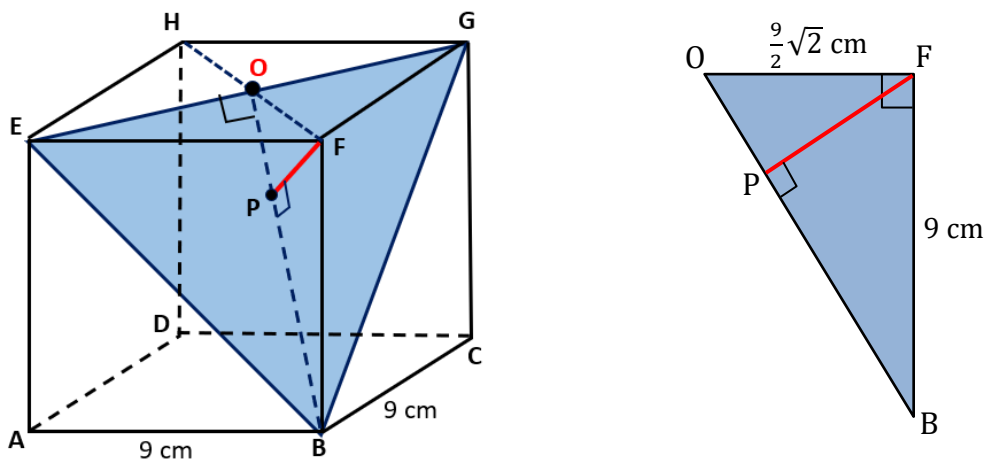
Contoh 4.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 9 cm. Buat ilustrasi kubus dan langkah menentukan jarak titik F ke bidang BEG. Kemudian hitunglah jarak titik F ke bidang BEG.

Jawab:

Langkah menentukan jarak titik F ke bidang BEG.

- Hubungkan titik F dengan titik H, diperoleh perpotongan ruas garis HF dengan BEG. Misal perpotongan tersebut titik O.
- Hubungkan titik O dengan titik B. Karena titik O dan titik B terletak pada bidang BEG, ruas garis OB terletak pada bidang BEG.
- Misal P adalah proyeksi titik F pada bidang BEG. Jarak titik F ke bidang BEG adalah panjang ruas garis FP.



FH adalah diagonal bidang, sehingga panjang $FH = 9\sqrt{2}$ cm.

Panjang $OF = \frac{1}{2} FH = \frac{9}{2}\sqrt{2}$ cm.

Segitiga BOF siku-siku di F, sehingga dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} BO^2 &= BF^2 + OF^2 \\ &= 9^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2 = 81 + \frac{81}{2} = \frac{243}{2} \end{aligned}$$

$$BO = \sqrt{\frac{243}{2}} = \sqrt{\frac{81 \times 3}{2}} = 9\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2}\sqrt{6}$$

Panjang ruas garis FP dapat dihitung dengan menggunakan Luas ΔBOF dari dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta BOF = \frac{1}{2} \times OF \times BF = \frac{1}{2} \times OB \times FP$$

Sehingga diperoleh

$$OF \times BF = OB \times FP$$

$$FP = \frac{OF \times BF}{OB}$$

$$FP = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{2} \times 9}{\frac{9}{2}\sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

$$FP = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

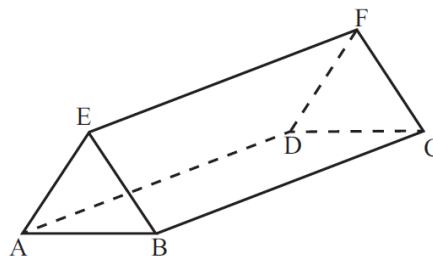
Jadi, jarak titik F ke bidang BEG adalah $3\sqrt{3}$ cm.

C. Rangkuman

- Misal P adalah titik dan α adalah bidang. Jarak antara P dengan bidang α adalah panjang ruas garis dari PQ , dengan Q di bidang α dan PQ tegak lurus bidang α .
- Suatu garis g dikatakan tegak lurus bidang α apabila garis g sedikitnya tegak lurus terhadap dua garis yang berpotongan pada bidang α .
- Teorema Pythagoras dan rumus luas segitiga sangat penting untuk menghitung jarak suatu titik ke bidang dalam ruang bidang datar.

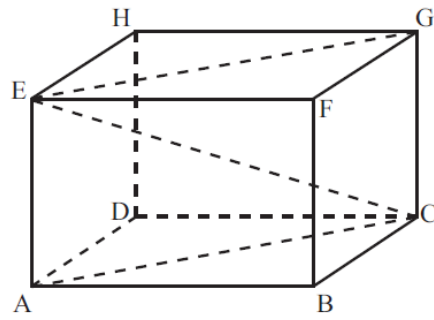
D. Latihan Soal

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya 8 cm. Titik Q adalah titik tengah rusuk BF. Tentukan jarak titik H ke bidang ACQ.
2. Suatu kepanitiaan membuat papan nama dari kertas yang membentuk bangun seperti berikut.



Ternyata ABE membentuk segitiga sama sisi, panjang $BF = 13$ cm dan $BC = 12$ cm. Tentukan jarak antara titik A dan bidang BCFE!

3. Dari gambar di bawah, jika diketahui panjang $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, dan $EC = 5\sqrt{5}$ cm, tentukan jarak antara titik B dan bidang ACE.



4. Diketahui limas segitiga beraturan T.ABC. Panjang $AB = 6$ cm dan $TA = 8$ cm. Tentukan jarak antara titik T dengan bidang ABC.
5. Diketahui luas permukaan kubus ABCD.EFGH adalah 294 cm². Tentukan:
 - a. Jarak antara titik F ke bidang ADHE.
 - b. Jarak antara titik B ke bidang ACH.
6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. P dan Q masing-masing merupakan titik tengah AB dan CD, sedangkan R merupakan titik potong EG dan FH. Tentukan jarak titik R ke bidang EPQH.
7. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan $AB = 8$ cm dan $TA = 12$ cm. Hitung jarak titik T ke bidang ABCD.
8. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Hitung jarak titik G ke bidang BDE.